

458

Der
isolirte Staat
in Beziehung
auf
Landwirthschaft und Nationalökonomie.

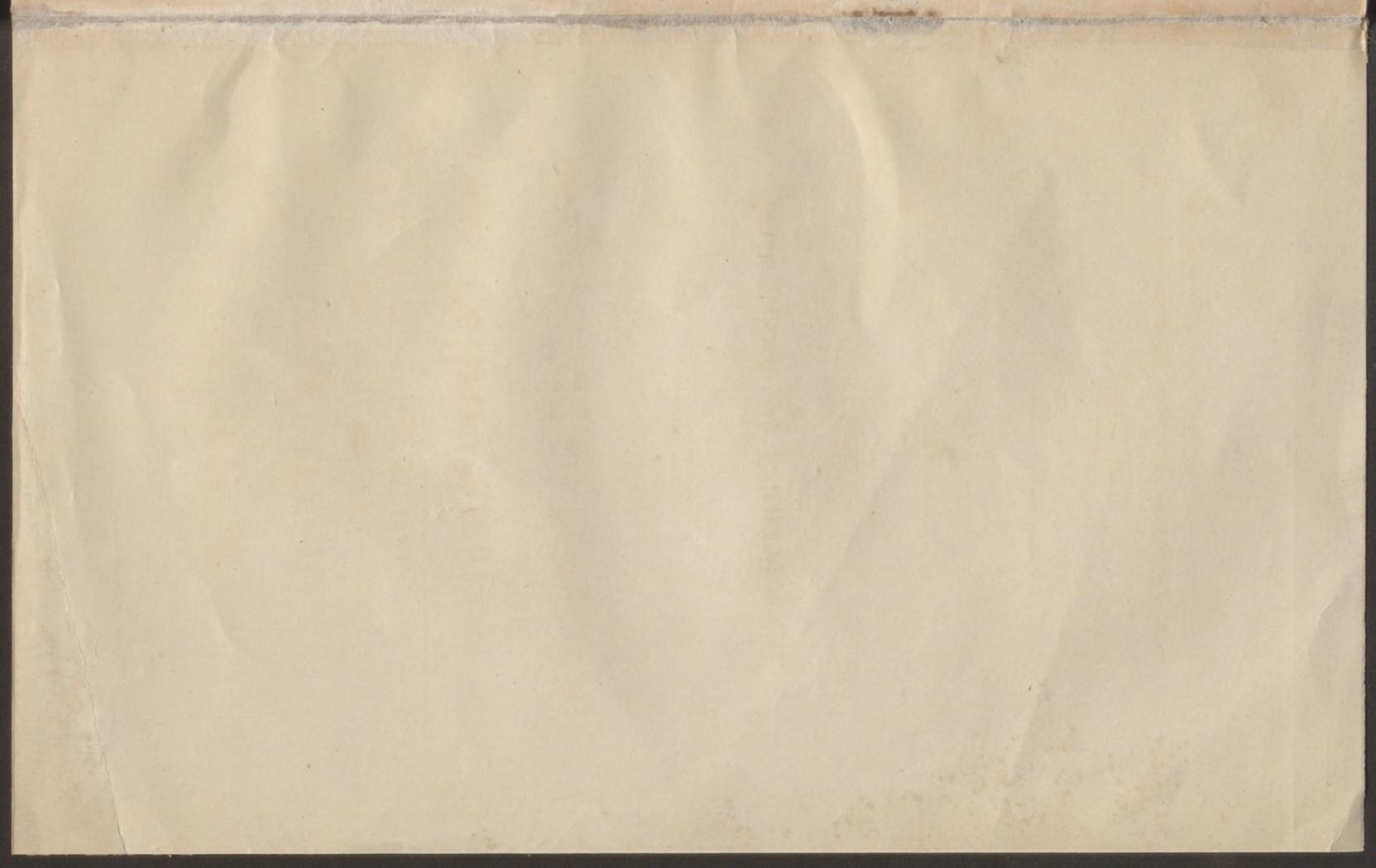
Von
Johann Heinrich von Thünen
auf Tellow in Meklenburg.

Dritter Theil.

Grundsäze
zur Bestimmung der Bodenrente, der vortheilhaftesten Umtreibszeit
und des Werths der Holzbestände von verschiedenem Alter
für
Kieferwaldungen.

Mittheilungen aus dem schriftlichen Nachlaß.

Rostock, 1863.
G. & Leopold's Universitäts-Buchhandlung.
(Ernst Kubn.)



Der
isolirte Staat

in Beziehung

auf

Landwirthschaft und Nationalökonomie.

Rawra.

Jan Szaniecki.

Der
isolirte Staat
in Beziehung
auf
Landwirthschaft und Nationalökonomie.

Dritter Theil.

Rostock 1863.

G. & Leopold's Universitäts-Buchhandlung
(Ernst Rehn).

4583

Grundsäße
zur
Bestimmung der Bodenrente,
der
vortheilhaftesten Umltriebszeit und des Werths der
Holzbestände von verschiedenem Alter
für
Kieferwaldungen.

Von

Johann Heinrich von Thünen
auf Tellow in Mecklenburg.

Rostock 1863.

G. G. Leopold's Universitäts-Suchhandlung
(Ernst Kubn).

dep. 526/47



In h a c t.

Erster Abschnitt

	Seite
§. 1. Holzertrag .. .	1
§. 2. Holzwerth.....	3
§. 3. Werthbestimmung der Kiefernbestände von gegebenem Alter	5
§. 4. Werthberechnung der Holzbestände bei verschiedenen Umr- triebszeiten .. .	7
§. 5. Die Rente des Waldbodens .. .	9
§. 6. Aufgaben in Betref der Umrtriebszeit .. .	12
§. 7. Die Durchforstung .. .	17
§. 8. Die Waldrente und deren Vergleichung mit der Boden- rente .. .	26
§. 9. Niederwald oder Schlagholz .. .	29
§. 10. Einfluß des Werthertrags der Durchforstungen auf die vortheilhafteste Umrtriebszeit und die Bodenrente.....	33

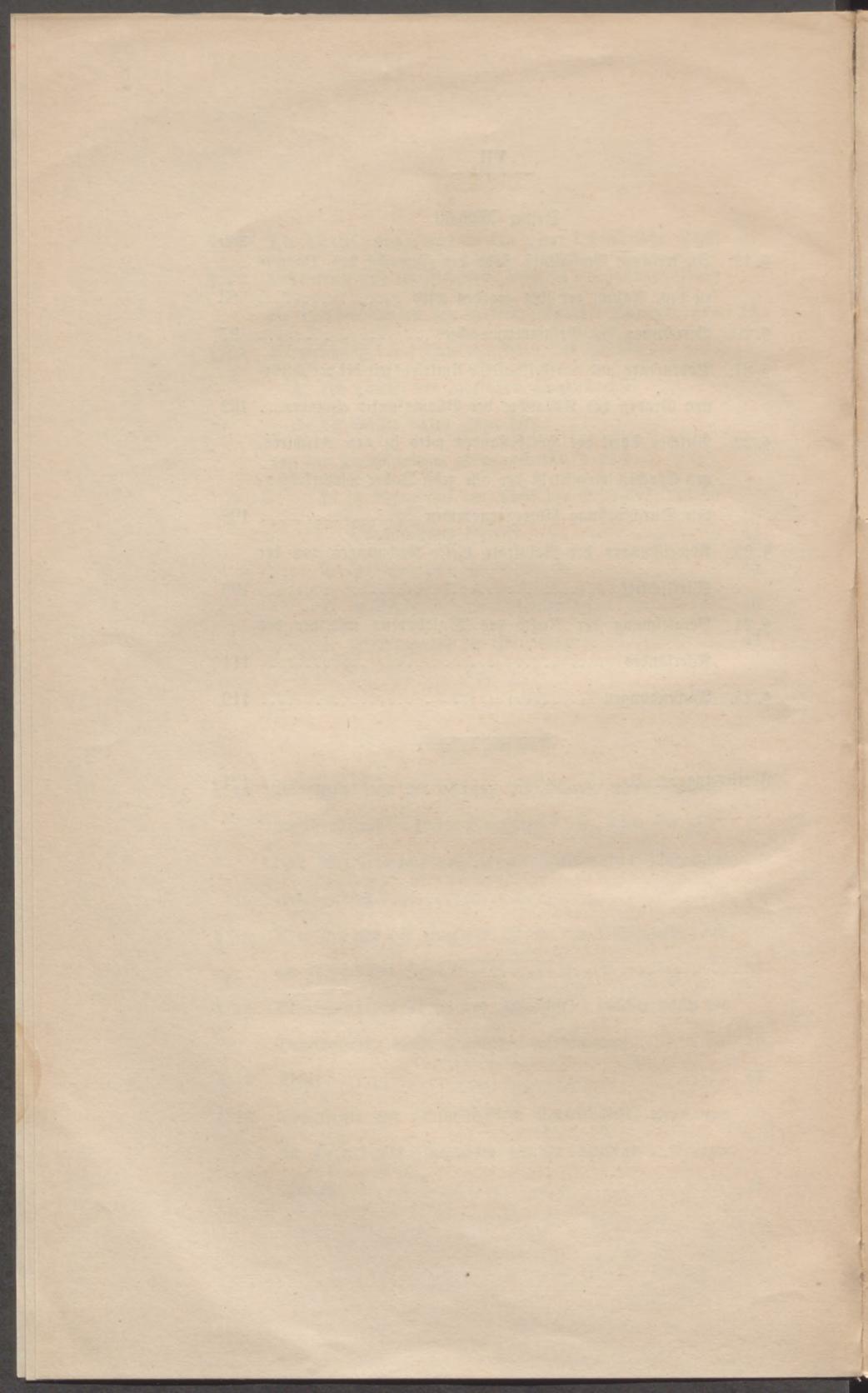
	Seite
§. 11. Die Durchforstungsmethode des Herrn Oberförsters Nagel	35
§. 12. Bodenrente und Umltriebszeit, wenn in Besamungsschlägen die Durchforstungen den halben Zuwachs hinwegnehmen	41
§. 13. Vergleichung der beiden Methoden, bei welchen	
A. ein Drittel des jährlichen Holzzuwachses	
B. die Hälfte dieses Zuwachses von der Durchforstung hinweggenommen wird,	
1. in Bezug auf den Theil des Bestandes, den die Durchforstung ergreift	43
2. in Bezug auf die Walbrente	45
3. in Bezug auf die Bodenrente	46
4. in Bezug auf die Umltriebszeit.....	48

Zweiter Abschnitt.

§. 14. Wie groß muß der Abstand der Bäume unter einander im Verhältniß zu ihrem Durchmesser sein, wenn der jähr- liche Werthzuwachs des ganzen Waldes das Maximum erreichen soll	50
§. 15. Der Zuwachs der einzelnen Bäume im Durchmesser und am körperlichen Inhalt	53
§. 16. Berechnung des Theils des Zuwachses, welcher durch die Durchforstung hinweggenommen werden muß ..	56
§. 17. Kritik	67
§. 18. Bodenrente und vortheilhafteste Umltriebszeit, wenn nur ein Drittel des Zuwachses in den bleibenden Bestand übergeht	78

Dritter Abschnitt.

	Seite
§. 19. In welchem Verhältniß steht der Zuwachs des Baumes zu dem Raum, der ihm gegeben wird.....	83
§. 20. Berechnung des Gesammtzuwachses.....	97
§. 21. Bodenrente und vortheilhafteste Umltriebszeit bei verschiede- nen Graden des Abstandes der Bäume unter einander...	102
§. 22. Welcher Theil des Holzbestandes wird in den verschiede- nen Epochen vermittelt der alle zehn Jahre wiederkehren- den Durchforstung hinweggenommen.....	108
§. 23. Abweichungen der Resultate dieser Rechnungen von der Wirklichkeit	109
§. 24. Vergleichung der Rente des Waldbodens mit der des Ackerlandes.....	114
§. 25. Anwendungen	119
<hr/>	
Fortsetzung	124
<hr/>	



Erster Abschnitt.

§ 1.

Holzertrag.

Nach mehrfachen Beobachtungen lieferten Kiefern, die im Alter von 30 Jahren gefällt wurden, zu Tellow im Durchschnitt 30 Fuder von 100 mecklenburgischen Quadratruthen. Das Fuder rechne ich im Durchschnitt incl. alles Zweigholzes zu 64 Lübecker Kubikfuß.*)

Hierunter befinden sich in der Regel:

7 Fuder Nutzholz und
23 Fuder Brennholz.

Das Nutzholz besteht in Strohdachlatten und Koppelricken.

*) Die mecklenburgische Rute hält 16 Lübecker Fuß à 129,0 Pariser Linnen. Der Magdeburger Morgen ist gleich 117,0 mecklenburgische Quadratruthen. (100 Lübecker Kubikfuß sind = 79,1 Rheinländische Kubikfuß und 100 Rheinländische K.-F. = 126,4 Lübecker Kubikfuß.) Der Holzertrag von 100 Lübecker K.-F. auf 100 mecklenburgische □° ist gleich dem Ertrage von 93,2 Rheinl. K.-F. pr. Magdeb. Morgen und umgekehrt der Ertrag von 100 Rheinl. K.-F. pr. Magdeb. Morgen gleich dem von 107,2 Lübecker K.-F. auf 100 meckl. □°.

Das Fuder Brennholz enthält ungefähr einen halben Faden Knüppelholz und einen halben Faden dünnes Strauch- oder Zweigholz, den Faden zu 196 Lübecker R.-F. Raumgehalt gerechnet.

Auf Grundlage der Ansichten und Ermittlungen des H. Oberförsters Nagel zu Diethof nehme ich in Betref des Holzzuwachses Folgendes an:

Bei einer richtigen Durchforstung, vermittelst welcher den einzelnen Bäumen stetig der Raum gegeben wird, bei welchem der Zuwachs des ganzen Waldes das Maximum erreicht, bleibt der Zuwachs des Bestandes eines Kiefernwaldes vom 6. Jahre an sich gleich und der Holzbestand wächst demnach — jedoch mit Ausschluß des hohen Alters — im arithmetischen Verhältniß. Die ersten 5 Jahre sehe ich, mit dem H. Oberförster Nagel, als zur Bildung des Pflanzenkörpers erforderlich an und setze den Holzbestand des 6jährigen Kiefernwaldes auf dem hiesigen Boden gleich dem einjährigen Holzzuwachs in den zunächst folgenden Jahren.

Den Holzbestand des 30jährigen Kiefernwaldes haben wir für Tellow berechnet zu 30 Fuder à 64 R.-F. = 1920 R.-F. auf 100 □^o. Dieser entspringt aus dem Zuwachs von 30 — 5 = 25 Jahren. Dies gibt den jährlichen Zuwachs = 76,8 R.-F. auf 100 □^o.

Die Fläche, welche erforderlich ist, um einen jährlichen Zuwachs von 100 R.-F. zu liefern, nenne ich des kürzern Ausdrucks wegen einen „Waldmorgen“. Die Größe des Waldmorgens beträgt hier, wo $100 \square^o$ 76,8 R.-F. liefern, $\frac{100}{76,8} \times 100 = 130 \square^o$.

§ 2.

Holzwerth.

Das Jüder Brennholz enthält:

Das Haulohn, Anfahren und in Faden-
schlagen ist pr. Fuder berechnet zu . — = 21 =
bleibt Werth für 1 Fuder Brennholz . — Thlr. 38 fl. N^o 2/3

Das Fuder Nutzholz hat bei dem Preise von 4 fl.

für ein Koppelricht und von 2 fl. für eine Stroh-

dachlatte den Werth von $2\frac{1}{2}$ Thlr. oder 120 fl.;

dies macht für 7 Fuder

der Werth von 30 Taler ist =

11 für ein Euder

van 64. ②. T.

von 64 R. 8. . . . im Durchmesser = 31 R.
5" 1. 8. 3" = 0. 81

für 1 M.-S. = 0,9 Bl.
für 5" = 4,50 @ 5 = 22,50

und für 100 R. = 8. = 90 pl.

Werth des 100jährigen Kiefernholzes.

Der Preis des starken Bauholzes ist in der hiesigen
Gegend gegenwärtig 4 fl. pr. R.-F.

Rechnet man nun, daß von den 100jährigen Kiefern $\frac{2}{3}$ der Masse zu Bauholz tauglich ist und $\frac{1}{3}$ als Brenn-

*) Wenn in dieser Schrift von Thalern ohne weiteren Beisatz die Rede ist, so sind darunter immer Thaler $\text{N}^{\frac{2}{3}}$ zu verstehen, wovon 6 gleich 7 Thlr. Pr. Cr. sind. Der Thaler $\text{N}^{\frac{2}{3}}$ hat 48 Schilling.

holz verwandt wird, so ergibt sich folgender Durchschnitts-
werth:

$$\begin{array}{rcl} 2 \text{ R.-F.} \text{ à } 4 \text{ fl.} & = & 8 \text{ fl.} \\ 1 \text{ R.-F.} \text{ à } 0,9 \text{ fl.} & = & 0,9 \text{ fl.} \\ \hline 3 \text{ R.-F.} & = & 8,9 \text{ fl.} \end{array}$$

$$1 \text{ R.-F. im Durchschnitt} = 2,97 \text{ fl. } \mathfrak{N}^{2/3}.$$

Werthzunahme des Holzes mit dem Alter.

$$\begin{array}{rcl} \text{Von den 100jährigen Kiefern gilt der R.-F. } 2,97 \text{ fl.} \\ = 30 = = 0,9 \text{ fl.} \end{array}$$

$$\text{Differenz } 70 \text{ Jahr} \quad \quad \quad 2,07 \text{ fl.}$$

Dies gibt eine jährliche Werthzunahme von 0,03 fl.
pr. R.-F. und von 3 fl. $\mathfrak{N}^{2/3}$ für 100 R.-F.

Im Kiefernholz von 30jährigem Alter haben 100 R.-F.
den Werth von 90 fl.

Wendet man nun den aus dem Werthunterschied des
30jährigen und 100jährigen Bestandes gefundenen Satz, „daß
mit jedem Jahr der Werth von 100 R.-F. um 3 fl. $\mathfrak{N}^{2/3}$
steigt“, rückwärts auf die jüngeren Bestände an, so ergibt sich
für 100 R.-F. der Werth

$$\begin{array}{rcl} \text{des 29jährigen Holzes} & = & 87 \text{ fl.} \\ = 28 = & = & 84 \text{ fl.} \\ = 27 = & = & 81 \text{ fl.} \\ = \hline 6 = & = & = 18 \text{ fl.} \end{array}$$

Merkwürdiger Weise geht also aus dem Preisverhältniß,
was in der hiesigen Gegend zwischen jüngerm und
älterm Holz stattfindet, der Satz hervor:

„daß der Werth von 100 R.-F. Kiefernholz hier im
direkten Verhältniß mit dem Alter der Bäume steht.“

In der jährlichen Werthzunahme oder der Jahresrente
eines Waldes sind also die beiden Bestandtheile enthalten:

- 1) der Zuwachs an Holzmasse,
- 2) die Werthserhöhung des schon vorhandenen Holzbestandes.

§ 3.

Werthbestimmung der Kiefernbestände von gegebenem Alter.

Nach vorstehenden Positionen lässt sich nun der Werth der Bestände von jedem Alter berechnen.

Das Alter des Bestandes sei $= x + 5$ Jahr, so ist der Holzbestand $= 100 x \text{ R.-\text{f.}}$ auf einem Waldmorgen.

Der Werth von $100 \text{ R.-\text{f.}}$ ist 3 fl. multiplicirt mit dem Alter der Bäume, hier also $3(x + 5)$ fl. Der Bestand von $100 x \text{ R.-\text{f.}}$ hat demnach den Werth von $3x(x + 5) = 3x^2 + 15x$, wo der Schilling $\text{N}^{\frac{2}{3}}$ als Einheit angenommen wird.

Beispiel.

Alter der Holzschläge	Holz- bestand R.-\text{f.}	Werth von 100 R.-\text{f.}	Werth der Holzschläge fl.	Summe des Werths aller Schläge fl.
6 Jahr	100	18	18	
7 =	200	21	42	60
8 =	300	24	72	132
9 =	400	27	108	240
10 =	500	30	150	390
11 =	600	33	198	588
12 =	700	36	252	840
13 =	800	39	312	1152
14 =	900	42	378	1530
15 =	1000	45	450	1980
—	—	—	—	—

Durch Fortführung dieser Rechnung lässt sich die Summe des Werths aller Bestände für jede Umtreibszeit finden.

Es liegt uns aber daran, eine Formel darzustellen, durch welche wir diese Summe ohne die Berechnung aller Glieder der Reihe darstellen können.

Zu diesem Zweck betrachten wir näher die Ordnung, die sich in der Zunahme des Werths der Holzschläge zeigt.

Alter der Holzbestände	Werth des Holzbestandes	1. Differenz	2. Differenz
6 Jahr	18		
7 =	42	24	
8 =	72	30	6
9 =	108	36	6
10 =	150	42	6

Für eine Reihe, deren Differenzen zuletzt beständig werden, lässt sich aber die Summe durch eine allgemeine Formel finden.

Nach Euler (Differentialrechnung 1. Th. 2. Kap. S. 56) ist für eine Reihe, deren erstes Glied = a,

$$1. \text{ Differenz} = b,$$

$$2. \text{ Differenz} = c,$$

$$\text{Zahl der Glieder} = x.$$

$$\text{Die Summe } ax + \frac{x(x-1)}{1 \cdot 2} b + \frac{x(x-1)(x-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} c.$$

Für unsere Reihe, die den Werth der Bestände ergibt,

$$\text{ist } a = 18,$$

$$b = 24,$$

$$c = 6.$$

Für diese Werthe von a, b und c ist dann

$$\frac{x(x-1)(x-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} 6 = x^3 - 3x^2 + 2x$$

$$\frac{x(x-1)}{1 \cdot 2} 24 = 12x^2 - 12x$$

$$18x = + 18x$$

$$\text{Summa} = x^3 + 9x^2 + 8x.$$

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Probe: Es sei } x = 10, \text{ so ist } x^3 = 1000 \\
 & 9x^2 = & 900 \\
 & 8x = & 80 \\
 & \hline
 & \text{die Summe} = & 1980,
 \end{array}$$

übereinstimmend mit obiger Tabelle.

§ 4.

Werthberechnung der Holzbestände bei verschiedenen Umtriebszeiten.

a. 21jähriger Umtrieb.

Alsdann ist $x + 5 = 21$, und $x = 16$.

Der Werth aller Bestände ist $= x^3 + 9x^2 + 8x$.

Für $x = 16$ gibt dies

$$x^3 = 4096$$

$$9x^2 = 2304$$

$$8x = 128$$

Werth 6528 fl. oder 136 Thaler $\frac{2}{3}$ für 21 Waldmorgen à 130 □⁰.

Dies gibt pr. Waldmorgen 311 fl. = 6 Thlr. 23 fl.,

$$= = \text{pr. } \square^0 \quad 2,39 \text{ fl.}$$

b. 28jähriger Umtrieb.

Für $x = 28 - 5 = 23$ ist

$$x^3 = 12167$$

$$9x^2 = 4761$$

$$8x = 184$$

Werth der Holzbestände 17112 fl. für 28 Waldmorgen à 130 □⁰.

Dies macht pr. Waldmorgen 611 fl. oder 12 Thlr. 35 fl.,

$$= = \text{pr. } \square^0 \quad 4,70 \text{ fl.}$$

c. 35jähriger Umtrieb.

Als dann ist $x = 35 - 5 = 30$

und $x^3 = 27000$

$9x^2 = 8100$

$8x = \underline{240}$

Werth der Holzbestände 35340 fl. für 35 Waldm. à 130 □°.

Dies beträgt für den Waldmorgen 1010 fl. = 21 Thlr. 2 fl.

$= \quad = \quad = \text{ die } \square^0 \quad 7,77 \text{ fl.}$

d. 42jähriger Umtrieb.

x ist dann $42 - 5 = 37$ und

$x^3 = 50653$

$9x^2 = 12321$

$8x = \underline{296}$

Werth der Holzbestände 63270 fl. auf 42 Waldm. à 130 □°.

Dies beträgt pr. Waldmorgen 1506 fl. = 31 Thlr. 18 fl.

$= \quad = \quad \text{pr. } \square^0 \quad 11,58 \text{ fl.}$

e. 49jähriger Umtrieb.

Als dann ist $x = 49 - 5 = 44$ und

$x^3 = 85184$

$9x^2 = 17424$

$8x = \underline{352}$

Holzwerth auf 49 Waldmorgen 102960 fl.

Dies macht pr. Waldmorgen 2101 fl. = 43 Thlr. 37 fl.

$= \quad = \quad \text{pr. } \square^0 \quad 16,16 \text{ fl.}$

Übersicht.

Beim 21jährigen Umtrieb . . .	Werth aller Holzbestände		
	pr. Waldmorgen	von 130 □°.	pr. □°.
= 28 = = . . .	6 Thlr 23 fl.	2,39 fl.	
= 35 = = . . .	12 = 35 =	4,70 =	
= 42 = = . . .	21 = 2 =	7,77 =	
= 49 = = . . .	31 = 18 =	11,58 =	
	43 = 37 =	16,16 =	

§ 5.

Die Rente des Waldbodens.

Wenn wir einerseits von dem Ertrage der Durchforstungen, so wie der Nebennutzung durch Jagd ic., und andererseits von den Aufsichtskosten vorläufig abstrahiren: so ist die Bodenrente des Waldes gleich dem Werth des Abtriebschlasses, nach Abzug der Zinsen vom Werth aller Holzbestände und der Kosten der Wiederbesamung des abgetriebenen Schlages.

Die Zinsen vom Werth der Holzbestände lassen sich nach den vorstehenden Säzen berechnen.

Da die Kiefernbesamungen öfters ganz fehlschlagen, und auch die gelungenen doch der Nachpflanzung auf einzelnen Stellen bedürfen, so kann ich den hiesigen Erfahrungen zu Folge, die Kosten der Besamung nicht niedriger als zu 2 fl. pr. □^o, d. i. zu 5 Thlr. 20 fl. pr. Waldmorgen von 130 □^o anschlagen.

Bei der Umtriebszeit von $x + 5$ Jahren hat der Abtriebschlag $100 x$ R. F. Holzmasse, der Werth von $100 R. F.$ ist $= 3 (x + 5)$ fl. und die Einnahme von diesem Schrage beträgt:

$$3 x (x + 5) \text{ fl.} = 3 x^2 + 15 x$$

Beispiele.

a. 21 jähriger Umtrieb.

Für $x = 21 - 5 = 16$ ist der Werth des Abtriebschlasses $3 x^2 \dots \dots \dots = 768$

$$15 x \dots \dots \dots = 240$$

$$\text{Latus } 1008 \text{ fl.}$$

Transport 1008 fl.

Der Werth des Holzbestandes ist nach

vorstehender Berechnung 6528 fl.

Hiervon die Zinsen zu 4 pCt. = 261 fl.

Die Besamungskosten auf 130 □°

à 2 fl. 260 fl.

Abzug 521 fl.

Bleibt Überschuss 487 fl.

21 Waldmorgen geben 487 fl. Rente.

Dies beträgt pr. Waldmorgen 23,2 fl.

= = pr. 100 □° 17,8 fl.

b. 28jähriger Umtrieb.

x ist dann = 28 - 5 = 23.

3 x² = 1587

15 x = 345

Einnahme — 1932 fl.

Werth der Holzbestände = 17112 fl.

Hiervon betragen die Zinsen zu 4 pCt. 684 fl.

Die Besamungskosten betragen 260 fl.

In Abzug kommen 944 fl.

Bleibt Rente 988 fl.

Dies gibt pr. Waldmorgen 35,3 fl. Rente.

= = pr. 100 □° 27,1 fl.

c. 35jähriger Umtrieb.

Dann ist x = 35 - 5 = 30.

3 x² = 2700

15 x = 450

Einnahme — 3150 fl.

Der Werth der Holzbestände beträgt

35340 fl., davon die Zinsen 1414 fl.

Die neue Besamung kostet 260 fl.

In Abzug kommen 1674 fl.

An Rente bleibt für 35 Waldmorgen 1476 fl.

Dies gibt Rente pr. Waldmorgen . . .	42,2 fl.
= = = pr. 100 □ ⁰ . . .	32,5 fl.

d. 42jähriger Umtrieb.

$$\text{Alsdann ist } x = 42 - 5 = 37$$

$$3x^2 = 4107$$

$$15x = 555$$

$$\text{Einnahme} \quad \underline{\quad} \quad 4662 \text{ fl.}$$

Werth der Holzbestände 63270 fl.

Davon die Zinsen mit 4 pEt. 2531 fl.

Die Besamungskosten 260 fl.

In Abzug kommen 2791 fl.

Die Rente für 42 Waldmorgen

beträgt 1871 fl.

Dies gibt für den Waldmorgen 44,5 fl.

= = für 100 □⁰ 34,2 fl.

e. 49jähriger Umtrieb.

$$x = 49 - 5 = 44.$$

$$3x^2 = 5808$$

$$15x = 660$$

$$\text{Einnahme} \quad \underline{\quad} \quad 6468 \text{ fl.}$$

Werth der Holzbestände 102960 fl.

Davon betragen die Zinsen 4118 fl.

Kosten der Besamung 260 fl.

Abzug 4378 fl.

Rente für 49 Waldmorgen 2090 fl.

Dies gibt pr. Waldmorgen 42,7 fl.

= = pr. 100 □⁰ 32,8 fl.

Uebersicht.

Umtriebszeit	Ein-nahme fl.	Zinsen vom Holzwerth fl.	Besu-mungs- kosten fl.	Rente für		
				die ganze Fläche fl.	den Waldmrg. fl.	100 □° fl.
21 Jahr	1008	261	260	487	23,2	17,8
28 Jahr	1932	684	260	988	35,3	27,1
35 Jahr	3150	1414	260	1476	42,2	32,5
42 Jahr	4662	2531	260	1871	44,5	34,2
49 Jahr	6468	4118	260	2090	42,7	32,8

§ 6.

Aufgaben in Betref der Umtriebszeit.

Aufgabe 1. Die Umtriebszeit, bei welcher der Waldboden das Maximum der Rente liefert, durch eine allgemeine Formel darzustellen.

Aus den vorstehenden Beispielen ergibt sich, daß die Verlängerung der Umtriebszeit von 21 Jahr auf 28, 35 und 42 Jahr mit einer Erhöhung der Bodenrente verbunden ist, daß aber die weitere Verlängerung bis 49 Jahr eine Verminderung der Rente zur Folge hat.

Hieraus ergibt sich schon, daß es einen Zeitpunkt geben muß, bei welchem das Maximum der Rente stattfindet.

Dieser Zeitpunkt läßt sich zwar durch ein mühsames und langwieriges Probiren annähernd finden; aber wir erkennen damit nicht das Gesetz selbst, und die Darstellung einer allgemeinen Formel, worin sich dies Gesetz ausspricht, dürfte deshalb ebensowohl ein wissenschaftliches, wie praktisches Interesse haben.

Durch die Verbindung der in dem Vorhergehenden aufgestellten Sätze läßt sich aber eine solche allgemeine Formel darstellen, wie der nachstehende Kalkül zeigt.

Der Abtriebschlag gewährt eine Einnahme von $3x^2 + 15x$.
Davon gehen ab:

Davon gehen ab:

1) die Zinsen vom Werth aller Holzbestände;

der Werth der Holzbestände ist $x^3 + 9x^2 + 8x$,
hiervon betragen zu 4 p.Ct. die Zinsen

$$0,04 x^3 + 0,36 x^2 + 0,32 x$$

$$\text{Nach Abzug dieser Ausgaben bleibt die Rente für einen Waldmorgen} = \frac{-0,04 x^3 + 2,64 x^2 + 14,68 x - 260}{x + 5}.$$

Um den Werth von x zu finden, bei welchem diese Funktion das Maximum erreicht, muß bekanntlich das Differential derselben genommen, und dies = 0 gesetzt werden.

Das Differential ist:

$$(x+5)(-0,12x^2 + 5,28x + 14,68) dx$$

$$- (-0,04x^3 + 2,64x^2 + 14,68x - 260) dx.$$

Die Entwicklung dieser Formel gibt:

$$\begin{aligned}
 & -0,12 x^3 + 5,28 x^2 + 14,68 x \\
 & - 0,60 x^2 + 26,40 x + 73,40 \\
 & + 0,04 x^3 - 2,64 x^2 - 14,68 x + 260 \\
 & \hline
 & (-0,08 x^3 + 2,04 x^2 + 26,40 x + 333,40) dx = 0
 \end{aligned}$$

Dies gibt:

$$x^3 - 25,5 x^2 - 330 x - 4167 = 0.$$

Um diese Gleichung lösen zu können, muß das zweite Glied weggeschafft werden, und wir setzen zu diesem Zweck $x = y + 8,5$. Alsdann ist

$$\begin{array}{rcl}
 x^3 & = & y^3 + 25,5 y^2 + 216,75 y + 614 \\
 - 25,5 x^2 & = & - 25,5 y^2 - 433,50 y - 1842 \\
 - 330 x & = & - 330,00 y - 2805 \\
 - 4167 & = & - 4167 \\
 \hline
 \text{Summe } y^3 - 546,75 y - 8200 & = & 0.
 \end{array}$$

Nach der Cardanschen Regel ist für $y^3 = fy + g$

$$y = \sqrt[3]{\frac{g + V(g^2 - \frac{4}{27}f^3)}{2}} + \sqrt[3]{\frac{g - V(g^2 - \frac{4}{27}f^3)}{2}}$$

Für unsere Gleichung $y^3 = 546,75 y + 8200$ ist

$$f = 546,75$$

$$g = 8200$$

$$f^3 = 163.443.326$$

$$\frac{4}{27}f^3 = 24.213.826$$

$$g^2 = 67.240.000$$

$$g^2 - \frac{4}{27}f^3 = 43.026.174$$

$$V(g^2 - \frac{4}{27}f^3) = 6560$$

$$\frac{g + V(g^2 - \frac{4}{27}f^3)}{2} = \frac{8200 + 6560}{2} = 7380$$

$$\frac{g - V(g^2 - \frac{4}{27}f^3)}{2} = \frac{8200 - 6560}{2} = 820$$

$$\sqrt[3]{\frac{g + V(g^2 - \frac{4}{27}f^3)}{2}} = \sqrt[3]{7380} = 19,47$$

$$\sqrt[3]{\frac{g - V(g^2 - \frac{4}{27}f^3)}{2}} = \sqrt[3]{820} = 9,36$$

Dies gibt $y = 19,47 + 9,36 = 28,83$ und

$$x = y + 8,5 = 28,83 + 8,5 = 37,33.$$

Das Alter des Abtriebschlages gleich der Umliebszeit ist $x + 5$ Jahr.

Es ergibt sich also das Resultat, daß bei dem angegebenen Preisverhältniß des Holzes von verschiedenem Alter, wenn die Durchforstungen keinen Werth hätten, das Maximum der Rente bei einer Umliebszeit von $37,33 + 5 = 42,33$ Jahr erfolgen würde.

Aufgabe 2. Das Alter eines Holzschlages zu bestimmen, bei welchem der Werth des Zuwachses nur noch die Zinsen vom Werth dieses Holzschlages deckt.

Für das Alter des Schläges von $x + 5$ Jahr ist der Werth des Holzschlages $= 3(x + 5)x = 3x^2 + 15x$.

Der Werth des um ein Jahr jüngeren Schläges ist
 $3(x - 1)^2 + 15(x - 1)$
 $= 3x^2 - 6x + 3 + 15x - 15 = 3x^2 + 9x - 12$.

Der einjährige Zuwachs beträgt also
 $3x^2 + 15x - (3x^2 + 9x - 12) = 6x + 12$.

Die Zinsen vom Werth des $(x + 5)$ Schläges betragen
 $(3x^2 + 15x) \cdot \frac{4}{100} = 0,12x^2 + 0,6x$.

Dieser Zinsenbetrag dem Werth des Zuwachses gleich gesetzt, gibt:

$$\begin{array}{r} 0,12x^2 + 0,6x = 6x + 12 \\ 0,12x^2 - 5,4x = 12 \\ x^2 - 45x = 100 \\ + (45/2)^2 = + 506,25 \\ \hline x - 22,5 = \sqrt{606,25} = 24,62 \\ x = 47,12. \end{array}$$

Das Alter des Holzschlages, bei welchem die Zinsen vom Werth des Holzbestandes dieses Schlägs den Werth des Zuwachses hinwegnehmen, und der Boden gar keine Rente mehr trägt, ist $x + 5 = 52,21$ Jahr.

Aufgabe 3. Bei welchem Alter des Holzschlages liefert der Holzzuwachs nach Abzug der Zinsen vom Holzwerth dieses Schläges den höchsten Überschuss; oder in welchem Alter der Bäume liefert der Holzschlag die höchste Rente?

Wie in voriger Aufgabe ist
 der Werth des Zuwachses $= 6x + 12$
 der Holzvorrath des $(x + 5)$ Schläges $= 3x^2 + 15x$
 die Zinsen davon betragen $= 0,12x^2 + 0,6x$.

Nach Abzug dieser Zinsen vom Werth des Holzes auf dem $(x + 5)$ Schlag ergibt sich die Rente
 $= -0,12x^2 + 5,4x + 12$.

Das Differential dieser Funktion gleich 0 gesetzt
gibt $(-0,24x + 5,4) dx = 0$

also $0,24x = 5,4$

und $x = 22,5$.

Für $x = 22,5$ d. i. für das Alter des Holzschlages von $27\frac{1}{2}$ Jahr erreicht also die Rente des einzelnen Schlages das Maximum. Dies gibt aber noch keine Norm für die vortheilhafteste Umtreibszeit; denn erst aus der Summe der auf diese Weise berechneten Rente aller Schläge, dividirt durch die Zahl der Schläge ergibt sich, bei welcher Umtreibszeit die ganze Holzfläche die höchste Rente liefert. Da die jüngern Schläge eine viel geringere Rente abwerfen als der 27jährige, so muß auch der Zeitpunkt, wo alle Schläge im Durchschnitt des Maximum der Rente liefern, über den Zeitpunkt hinausgehen, in welchem ein einzelner Schlag die höchste Rente gibt.

Beispiele in Zahlen für einzelne Jahre.

Wenn das Alter des Holzschlages $= x + 5$ Jahr, so ist	Werth des Zuwachses $6x + 12$.	Zinsen vom Werth des Holz- bestandes		Überschuß $-0,12x^2 + 5,4x + 12$
		$0,12x^2 + 0,6x$		
für $x = 1$	18	0,72	17,28	
$\approx x = 10$	72	18,00	54	
$\approx x = 21$	138	65,52	72,48	
$\approx x = 22,5$	147	74,25	72,75	
$\approx x = 24$	156	83,52	72,48	
$\approx x = 30$	192	126,00	66,0	
$\approx x = 42,33$	266	240,44	25,56	
$\approx x = 47$	294	293,28	0,72	

Von dem auf diese Weise ermittelten Überschuß müssen aber noch die Besamungskosten abgezogen werden, um die Rente darzustellen.

Es kann der Zweifel entstehen, ob das hier beobachtete Verfahren, von dem jedesmaligen Bestande, also von dem Holzzuwachse selbst schon Zinsen zu berechnen richtig sei, ob nicht hier, wie bei ausgeliehenen Kapitalien, von welchen die Zinsen erst im nächstfolgenden Jahre gezahlt werden, nur die Zinsen vom Holzwerthe des vorangegangenen Jahres hätten angerechnet werden müssen.

Aber so wie wir bei der strengen Trennung des Lohns der Arbeit von der Nutzung des Kapitals annehmen müssen, daß der Lohn täglich gezahlt wird, weil in dem am Ende des Jahres gezahlten Lohn schon Zinsen enthalten sind: so müssen wir auch hier annehmen, daß die Zinsen vom Holzwerth täglich ausgezahlt oder in Rechnung gebracht werden, weil in den am Ende des Jahres ausgezahlten Zinsen schon Zinsen von Zinsen enthalten sind.

§ 7.

Die Durchforstung.

In Bezug auf die Durchforstung bietet die Forstwissenschaft noch interessante Probleme dar.

Vermittelst der Durchforstung kann man den einzelnen Bäumen jeden beliebigen Raum geben. Je größer dieser Raum ist, um desto größer ist der Zuwachs der einzelnen Bäume; aber gleichzeitig vermindert sich die Zahl der auf einer gegebenen Waldfläche stehenden Bäume. Es muß also in der Fernstellung der Bäume einen Punkt geben, bei welchem der Zuwachs der ganzen Waldfläche das Maximum erreicht.

Frage 1. Wo ist nun dieser Punkt, und welches ist der Maasstab für den Abstand, den die einzelnen Stämme



unter sich haben müssen, wenn dieses Maximum erlangt werden soll?

Frage 2. Dient hier der Durchmesser, oder die Holzmasse des Baumes zum Maasstab für die Abstandszahl?

Frage 3. Wie ändert sich mit dem verhältnismäßigen Abstande der Zuwachs der einzelnen Bäume und der Zuwachs auf der ganzen Waldfläche?

So viel ich weiß, sind diese Fragen in der Forstwissenschaft kaum angeregt, viel weniger gelöst.

Bei der uns zunächst vorliegenden Untersuchung interessirt uns vorzugsweise die Frage:

Wie ist der Werth der Durchforstungen zu bestimmen, und welches ist die vortheilhafteste Umtriebszeit, wenn die Durchforstungen mit in Anrechnung gebracht werden?

Ueber den Werth der Durchforstungen im Verhältnisse zum Werth des Abtriebschlages, oder auch des bleibenden Bestandes weichen die Angaben der bewährtesten Forstmänner so weit von einander ab, daß gar kein Anhaltspunkt daraus zu entnehmen ist.

Der Ertrag und Werth der Durchforstungen hängt wesentlich von der grösseren oder geringeren Fernstellung der Bäume bei der Durchforstung ab, und von der Verschiedenheit der Grundsätze, die hierüber bei den Forstmännern obwaltet, röhrt wahrscheinlich die Verschiedenheit der Angaben über den Werth des durch die Durchforstungen gewonnenen Holzes her.

Meine eigenen Erfahrungen sind viel zu unzulänglich, um feste Bestimmungen daraus entnehmen zu können.

Es kommt hier aber zunächst weit weniger auf die Richtigkeit der Zahlen, als auf die Darstellung der Methode an, vermittelst welcher die Frage über die vortheilhafteste Umtriebszeit gelöst werden kann. Denn wenn die Methode



gefunden ist, lässt sich für jeden Fall, in welchem die — ohnehin für jede Lokalität verschiedenen — Zahlen gegeben sind, das gesuchte Resultat herleiten.

In diesem Sinne nehme ich nun folgende Sätze an.

1) In den Kiefernbeständen findet in den ersten Jahren nach der Besamung keine Durchforstung statt, weil einestheils dem Holzwuchse kein Vortheil daraus erwachsen würde, und andern Theils die Kosten der Durchforstung den Werth des gewonnenen Holzes übersteigen würden.

2) Den Zuwachs der Kiefern vom 6- bis 10jährigen Alter incl. nehme ich zu $\frac{2}{3}$ des Zuwachses der folgenden Jahre an. Ist z. B. der jährliche Gesammtzuwachs vom 11. Jahr an gleich 150 R. F., so ist der vom 6. bis 10. Jahr incl. $= \frac{2}{3} \times 150 = 100$ R. F.

Wenn nun von dem Gesammtzuwachs jährlich 100 R. F. in den bleibenden Bestand übergehen, so liefern die genannten 5 Jahre überall kein Durchforstungsholz. Sollen dagegen jährlich nur 75 R. F. in den bleibenden Bestand übergehen, so fallen von dem Zuwachs der 5 Jahre jährlich 25 R. F. und von dem Zuwachs der folgenden Jahre jährlich 75 R. F. der nächsten Durchforstung anheim.

3) Wenn, wie hier angenommen wird, vom 11. Jahr an die Kronen der Kiefern geschlossen sind, und die einzelnen Stämme den Raum einnehmen, bei welchem die ganze Fläche das Maximum des Zuwachses liefert, so wird durch den Wachsthum der Bäume im 11. Jahr der Raum schon beengt, und im 12. Jahr der höchste Zuwachs nicht mehr statt finden, falls nicht durch die Durchforstung ein Theil der Stämme hinweggenommen wird. Ebenso verhält es sich in jedem folgenden Jahr.

Eine solche Richtung wäre bei Kiefernbeständen, die nicht durch Anpflanzung, sondern durch Besamung — bei welcher

die Stämme in ungleicher Entfernung von einander zu stehen kommen — allerdings möglich; aber die Kosten der jährlichen Lichtung würden namentlich bei jüngern Beständen, den Werth des gewonnenen Materials übersteigen, und man läßt deshalb in der Praxis die Durchforstungen nicht jährlich, sondern nach Perioden von mehreren Jahren vornehmen.

Zur Darstellung einer allgemeinen Formel bedürfen wir aber der Annahme, daß die einzelnen Bäume stets den Raum einnehmen, bei welchem der ganze Wald das Maximum des Werthzuwachses erlangt. Dies setzt voraus, daß in jedem Jahr ein Theil des jährlichen Holzzuwachses vermittelst der Durchforstung hinweggenommen wird.

Da aber die jährlich wiederkehrende Durchforstung in der Praxis nicht ausführbar ist, so müssen wir uns die Frage vorlegen, ob die Einnahme aus den periodisch wiederkehrenden Durchforstungen sich durch eine regelmäßige, mit dem Werth des bleibenden Holzbestandes in Verbindung stehende Reihe darstellen lasse.

Zur Antwort hierauf dient Folgendes:

der gegenwärtige Kapitalwerth einer künftigen Einnahme, läßt sich, wenn der Zinsfuß gegeben ist, genau berechnen, also auch die Summe des Kapitalwerthes aller in einer Umlaufszeit periodisch erfolgenden Einnahmen. Auch vermag der Kalkül den Kapitalwerth einer nach einem bestimmten Gesetz von Jahr zu Jahr wachsenden Rente darzustellen. Umgekehrt läßt sich auch der Werth eines Kapitals in eine jährlich steigende Rente auflösen. Folglich läßt sich auch der gegenwärtige Kapitalwerth aller künftigen Durchforstungen mit mathematischer Schärfe durch eine wachsende Reihe, in welcher die Glieder dem Werth des bleibenden Holzbestandes proportional sind, darstellen.

Ein anderer Einwand, der gegen die Darstellung des Werths der Durchforstungen durch eine regelmä^ßig steigende Reihe gemacht werden kann, ist der:

da^ß bei den periodisch vorgenommenen Lichtungen die Stämme nicht dauernd, sondern nur in einzelnen Jahren den normalen Raum erhalten, da^ß also auch der jährliche Zuwachs an Holzwerth nicht der höchste sein kann, was wir doch als Grundlage für die zu entwerfende Formel annehmen.

Dieser Einwurf ist völlig begründet, und die daraus hervorgehende Abweichung kann für lange Durchforstungsperioden sehr bedeutend werden. Um dieser Abweichung möglichst enge Schranken zu stellen, müssen wir für die nächstfolgende Berechnung annehmen:

da^ß die Durchforstungen in nahe liegenden Perioden vorgenommen werden, und da^ß den Stämmen der Raum gegeben wird, bei welchem in der Mitte der Periode der normale Stand statt findet. Unter dieser Voraussetzung wird die Abweichung zwischen dem Ergebniß der Praxis und unserer Rechnung nicht erheblich sein, und ich glaube deshalb vorläufig davon abz strahiren zu dürfen.

Der nächste Zweck dieser Untersuchung ist, zu erforschen, ob und in wie ferne die Umliebszeit, bei welcher das Maximum der Bodenrente statt findet, sich ändert, wenn der Werth der Durchforstungen mit in Anschlag gebracht wird.

Zu dieser Erkenntniß können wir aber auch dann gelangen, wenn wir — aus Mangel an genügenden Daten — die Rechnung in Bezug auf Holzertrag und Werth des Durchforstungsholzes mit hypothetisch angenommenen Zahlen führen.

Diesem gemäß lege ich hier folgende Annahmen zum Grunde.

1) Von dem jährlichen Holzzuwachs wird vom 11. Jahr an, in jedem Jahr $\frac{1}{3}$ vermittelst der Durchforstung hinweggenommen, und $\frac{2}{3}$ dieses Zuwachses gehen in den bleibenden Bestand über. Da wir nun die jährliche Zunahme des bleibenden Bestandes zu 100 R. F. pr. Waldmorgen angenommen haben, so ist der Gesammtzuwachs des Jahres = 150 R. F., und der Holzertrag aus der Durchforstung beträgt jährlich 50 R. F.

2) Der Werth des Durchforstungsholzes pr. R.-F. ist aus folgenden beiden Gründen geringer als der des bleibenden Bestandes:

a. In Hölzungen, welche durch Besamung entstanden sind — die wir hier voraussetzen — werden bei der Durchforstung die Stämme hinweggenommen, welche schon überwipfelt sind, und außer diesen auch die Stämme, welche voraussichtlich bis zur nächsten Durchforstung überwipfelt sein werden. Dies trifft aber fast immer die schwächeren Bäume, welche bei einem geringern Durchmesser auch einen geringern Werth pr. R.-F. haben.

b. Das Hauen, Ausziehen und Wegfahren des Durchforstungsholzes ist viel zeitraubender und kostspieliger, als das Fällen und Abfahren des Holzes aus dem Abtriebschlage. Da wir aber immer nur den Werth vor Augen haben, den das Holz nach Abzug der Fällungs- und Bereitungskosten hat: so müßte schon aus diesem Grunde das Durchforstungsholz niedriger angeschlagen werden.

Aus beiden Gründen vereint nehme ich den Werth des Durchforstungsholzes pr. R. F. zu $\frac{2}{3}$ des stehenbleibenden Holzes an.

Hieraus gehen folgende Ansätze hervor.

Vom 11. Jahr an beträgt der jährliche Gesammtzuwachs pr. Waldmorgen 150 R.-F.; davon werden vermittelst der Durchforstung hinweggenommen 50 R.-F.

Diese haben den Werth von $50 \times \frac{2}{3} = 33\frac{1}{3}$ R.-F. des bleibenden Bestandes.

Der jährliche Werthertrag der Durchforstung beträgt also $\frac{33\frac{1}{3}}{100} = \frac{1}{3}$ der jährlichen Werthzunahme des stehenbleibenden Holzes.

Beispiel.

Nach der Tabelle in § 3 ist

Für das Alter des Bestandes	Der Werth des Holzschlages	Die Werthzunahme beträgt	Summe der Werthzunahme.
von $x + 5 = 10$ Jahr	150		
11 =	198	48	48
12 =	252	54	102
13 =	312	60	162
14 =	378	66	228
15 =	450	72	300

Ein flüchtiger Blick auf diese Tabelle zeigt sogleich, daß die Summe der Werthzunahme stets um 150 geringer ist als der Werth des Holzschlages selbst. Dies kann auch nicht anders sein; denn der Werth des Bestandes besteht aus der Summe des Werthzuwachses aller Schläge vom 6. bis zum $x + 5'$ Jahr, und da der Zuwachs vom 6. bis 11. Jahr, welcher 150 beträgt, hier wegfällt, weil in diesen 5 Jahren kein Durchforstungsertrag stattfindet, wenn der Bestand jährlich um 100 R.-F. zunehmen soll, so muß auch die hier in Betracht kommende Summe um 150 geringer sein als der Werth des Bestandes.

Der Werth des $x + 5'$ Schläges ist nach § 4
 $= 3x^2 + 15x$. Die Werthzunahme in den Schlägen vom 11. bis zum $(x + 5)'$ Jahresalter ist demnach
 $= 3x^2 + 15x - 150$.

Der Werth aller Durchforstungen beträgt $\frac{1}{3}$ dieser Summe, also $x^2 + 5x - 50$.

Die Gesammeinnahme ist also

$$\begin{aligned} 1) \text{ aus dem Abtriebsschlag} &= 3x^2 + 15x \\ 2) \text{ aus den Durchforstungen} &= x^2 + 5x - 50 \\ \text{Summe} &= 4x^2 + 20x - 50 \end{aligned}$$

Davon kommen in Abzug

$$\begin{aligned} 1) \text{ die Zinsen vom Werth} \\ \text{aller Holzbestände mit } 0,04x^3 + 0,36x^2 + 0,32x \\ 2) \text{ die Kosten der Besa-} \\ \text{mung eines Waldmrg.} \\ \text{von } 130 \square^0 \text{ à } 2 \text{ fl.} \end{aligned}$$

260

$$\text{Der Ueberschuss ist } = -0,04x^3 + 3,64x^2 + 19,68x - 310.$$

Dieser Ueberschuss dividirt mit der Zahl der Schläge gibt für einen Waldmorgen die Rente

$$= \frac{-0,04x^3 + 3,64x^2 + 19,68x - 310}{x + 5}.$$

Es sei $x = 30$, so ist

$-0,04x^3 = -4 \times 270 =$	— 1080	Summe
$3,64x^2 = 9 \times 364 =$	+ 3276	
$19,68x = 3 \times 196,8 =$	590	
$-310 =$	— 310	

Dividirt mit der Zahl der Schläge $x + 5 = 35$ gibt Rente pr. Waldmorgen von $130 \square^0$

$$\text{pr. } 100 \square^0 \dots \dots 54,5 \text{ fl.}$$

Für $x = 40$ ist

$-0,04x^3 = 4 \times 640 =$	— 2560	Summe
$3,64x^2 = 16 \times 364 =$	5824	
$19,68x = 4 \times 196,8 =$	787	
$-310 =$	— 310	

$$6611 - 2870 = 3741$$

Dividirt mit 45 ergibt Rente			
pr. Waldmorgen . . . 83,1 fl.			
pr. 100 □ ^o 63,9 fl.			
 Für x = 50 ist			
— 0,04 x ³ = 4 × 1250 =		— 5000	
3,64 x ² = 25 × 364 =	9100		
19,68 x = 5 × 196,8 =	984		
— 310 =		— 310	
Dividirt mit 55 gibt	10084	— 5310	= 4774
für den Waldmorgen 86,8 fl.			
für 100 □ ^o 66,8 fl.			
 Für x = 60 ist			
— 0,04 x ³ = 4 × 2160 =		— 8640	
3,64 x ² = 36 × 364 =	13104		
19,68 x = 6 × 196,8 =	1181		
— 310 =		— 310	
Dividirt mit der Zahl der Schläge = 65 gibt Rente	14285	— 8950	= 5335
pr. Waldmorgen . . . 82,1 fl.			
pr. 100 □ ^o 63,1 fl.			

Die Rente beträgt für die Umltriebszeit

	pr. Waldmorgen	pr. 100 □ ^o
von x + 5 = 35 Jahr	70,8 fl.	54,5 fl.
= 45 Jahr	83,1 fl.	63,9 fl.
= 55 Jahr	86,8 fl.	66,8 fl.
= 65 Jahr	82,1 fl.	63,1 fl.

Wir können hieraus auch ohne die Anstellung der algebraischen Rechnung wie im § 6 schließen, daß das Maximum der Rente bei einer Umltriebszeit, die zwischen 54 und 55 Jahr fällt, stattfindet.

Diese Rente bildet aber noch nicht die wirkliche Bodenrente. Denn es muß derselben noch der Ertrag der Nebennutzungen aus der Jagd, der Weide &c. hinzugefügt werden und dagegen müssen die Aufsichts- und Administrationskosten, die der Waldbau erfordert, in Abzug gebracht werden, um die Bodenrente selbst darzustellen. Die Aufsichts- und Administrationskosten sind nach der Größe des Waldes und der Lage desselben, wodurch er der Holzentwendung mehr oder minder ausgesetzt ist, gar sehr verschieden. Hier nehme ich dieselben nach Abrechnung der geringfügigen Nebennutzungen zu 8 fl. pr. Waldmorgen oder 6,2 fl. für 100 □^o an.

§ 8.

Die Waldrente.

Wie wir beim Landbau Gutsrente und Landrente unterscheiden, indem erstere das gemeinschaftliche Produkt von Kapital und Boden bildet, letztere aber aus dem Theil der Gutsrente besteht, welcher nach Abzug der Zinsen des auf die Errichtung von Gebäuden &c. verwandten Kapitals übrig bleibt, so können wir auch beim Waldbau den Ertrag vom Boden und von dem im Holzbestande enthaltenen Kapital unter der Benennung „Waldrente“ zusammenfassen und von der Bodenrente unterscheiden.

Berechnung der Waldrente.

$$\begin{array}{l}
 \text{Die Einnahme aus d. Abtriebsschläge beträgt } 3x^2 + 15x \\
 = = = \text{ aus den Durchforstungen } \frac{x^2 + 5x - 50}{\text{Einnahme } 4x^2 + 20x - 50}
 \end{array}$$

Die Ausgaben betragen:

Kosten der Besamung	260
Administrationskosten für $x + 5$ Waldmorgen à 8 fl.	$8x + 40$
Ausgabe	$8x + 300$

Nach Abzug dieser Ausgabe bleibt die Waldrente $4x^2 + 12x - 350$

Für $x = 30$ gibt dies

$4x^2 = 4 \times 900$	3600
$12x = 12 \times 30$	360
$- 350$	$- 350$
	3610

Waldrente für 35 Morgen.

Dies beträgt für einen Waldmorgen 103,1 fl.

x sei = 40, so ist

$4x^2 = 4 \times 1600$	6400
$12x = 12 \times 40$	480
$- 350$	$- 350$
	6530

Dividiert mit 45 gibt für 1 Waldmorgen 145,1 fl.

x sei = 50, so ist

$4x^2 = 4 \times 2500$	10000
$12x = 12 \times 50$	600
$- 350$	$- 350$
	10250

Für 55 Waldmorgen 10250

Dies gibt für 1 Waldmorgen 186,4 fl.

Es sei $x = 60$, so ist

$4x^2 = 4 \times 3600$	14400
$12x = 12 \times 60$	720
$- 350$	$- 350$
	14770

Waldrente für 65 Morgen

Dies gibt für den Waldmorgen 227,2 fl.

Vergleichung zwischen der Waldrente und der Bodenrente.

Die Bodenrente ergibt sich aus § 5, wenn man von der dort gefundenen Rente 8 fl. pr. Waldmorgen für Administrationskosten abzieht.

Für die Umltriebszeit von	Waldrente für den Waldmorgen	Bodenrente für den Waldmorgen	Verhältniß zwischen Wald- und Bodenrente
35 Jahren	103,1 fl.	62,8 fl.	100 : 61
45 =	145,1 fl.	75,1 fl.	100 : 52
55 =	186,4 fl.	78,8 fl.	100 : 42
65 =	227,2 fl.	74,1 fl.	100 : 33

Es zeigt sich hier, daß mit der Verlängerung der Umltriebszeit die Waldrente wächst, die Bodenrente aber einen immer kleineren Theil der Waldrente ausmacht und schon bei dem Umltrieb von 55 Jahren ihr Maximum erreicht.

Bei der Umltriebszeit, welche die höchste Bodenrente gewährt, gibt der Waldmorgen 78,8 fl. Dies macht pr. 100 □° 60,6 fl. und für das mecklenburgische Flächenmaas von einer Last Acker = 6000 □° (ca. 50 Magdeburger Morgen) 75,7 Th. $\frac{N}{2}$ %. Es folgt hieraus, daß für ein Verhältniß, wo die angenommenen Positionen über Holzertrag und Holzpreis zutreffend sind, derjenige Boden, welcher durch den Ackerbau weniger als 56,5 Thlr. $\frac{N}{2}$ % an Landrente (nicht zu verwechseln mit Pacht) liefert, durch den Anbau mit Kiefern höher als durch den Ackerbau genutzt wird.

Für den größern Landwirth ist die Frage, wo die natürliche Grenze zwischen Holzboden und Getreideboden ist, von praktischer Bedeutung. Die Zahlen, womit die Rechnung zur Entscheidung dieser Frage geführt wird, sind zwar nach der verschiedenen Lokalität höchst verschieden und können schon auf zwei an einander grenzenden Gütern abweichend

von einander sein. Aber die Methode, wie die Rechnung zu führen ist, findet eine allgemeine Anwendbarkeit.

Die natürliche Grenze zwischen Holzland und Ackerland wird aber wesentlich geändert, wenn die Erzeugung von Brennholz Hauptzweck der Holzkultur wird, weshalb wir auf ein solches Verhältniß noch einen Blick werfen müssen.

~~~~~

§ 9.

*Niederwald oder Schlagholz.*

Wiesengründe und niedriger Acker, die sich zum Hochwald nicht eignen, liefern außer einem Nutzholz nur Brennholz.

Hier muß aus zwei verschiedenen Gründen der Turnus viel niedriger sein, als auf dem Höheboden; denn

1) nimmt der Werth des Brennholzes mit der größern Stärke — also mit dem Alter — der Stämme in einem viel geringern Verhältniß zu, als beim Bauholz, und

2) wird beim höhern Alter der Stockausschlag unsicher und mangelhaft.

Aus diesen Gründen wird hier gewöhnlich ein 20jähriger Turnus eingehalten.

Nach meinen Beobachtungen habe ich für den Ertrag des Bruch- oder Schlagholzes zu Tellow folgende Berechnung entworfen:

Beim 20jährigen Turnus liefern 100 □<sup>o</sup> regelmäßig bestandenes Bruchholz beim Abtrieb durchschnittlich

14 vierspännige Fuder Brennholz  
und 1 vierspänniges Fuder Nutzholz.

Diese geben:

|                                                                                                                                                                                                 |                                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|
| 8 $\frac{1}{2}$ Faden Kluft- und Knüppelholz à 2 Thlr. 4 fl. . . . .                                                                                                                            | 13 Thlr. 26 fl. N $\frac{2}{3}$ |
| 8 Faden Strauchholz à 20 fl. . . . .                                                                                                                                                            | 3 = 16 =                        |
| $\frac{1}{2}$ Faden Nutzhölz als Deichsel, Leiter-<br>bäume, Schleete und Hürdenpfähle . . . . .                                                                                                | 3 = — =                         |
| Für 15 Fuder beträgt die Einnahme . . . . .                                                                                                                                                     | 19 Thlr. 42 fl. N $\frac{2}{3}$ |
| Dies macht pr. Fuder 1 Thlr. 15,6 fl.                                                                                                                                                           |                                 |
| Das Fällen, Ausziehen, Anfahren und in Fadenschlagen<br>kostet nach meiner Berechnung pr. Fuder . . . . .                                                                                       | 21 fl.                          |
| Nach Abzug dieser Kosten bleibt der Werth<br>eines Fuders . . . . .                                                                                                                             | 42,6 fl.                        |
| Betrachtet man das Brennholz für sich, so geben 14<br>Fuder eine Einnahme von 16 Thlr. 42 fl.                                                                                                   |                                 |
| Dies gibt pr. Fuder . . . . .                                                                                                                                                                   | 1 Thlr. 9,8 fl. N $\frac{2}{3}$ |
| Und nach Abzug der Unkosten von                                                                                                                                                                 | 21 fl.                          |
| bleibt Werth eines Fuders                                                                                                                                                                       | 36,8 fl.                        |
| Für 2000 □ <sup>o</sup> Bruchholz, wovon jährlich 100 □ <sup>o</sup> gefällt<br>werden, beträgt demnach der Überschuss der Einnahme für<br>Nutz- und Brennholz zusammen von 15 Fuder à 42,6 fl. |                                 |
|                                                                                                                                                                                                 | 13 Thlr. 15 fl.                 |
| Dies macht für eine Last von 6000 □ <sup>o</sup> 39 Thlr. 45 fl.                                                                                                                                |                                 |
| Um die Waldrente zu finden, müssen von dieser Ein-<br>nahme nachstehende Ausgaben in Abzug gebracht werden:                                                                                     |                                 |
| 1) die Kosten des Nachpflanzens zum Ersatz der Stöcke,<br>die nicht wieder ausgeschlagen sind, auf 6000 □ <sup>o</sup>                                                                          |                                 |
|                                                                                                                                                                                                 | 3 Thlr.                         |
| 2) das Schneiden des Hopfens in den<br>jüngern Beständen, um den jungen<br>Ausschlag gegen Unterdrückung zu<br>schützen, ca. . . . .                                                            | 2 Thlr.                         |
|                                                                                                                                                                                                 | Latus 5 Thlr.                   |

## Transport 5 Thlr.

|                                                 |                          |
|-------------------------------------------------|--------------------------|
| 3) die Administrations- und Aufsichts-          |                          |
| kosten pr. 100 □ <sup>o</sup> 6,2 fl. macht für |                          |
| 6000 □ <sup>o</sup> . . . . .                   | 7 Thlr. 36 fl.           |
|                                                 | Ausgaben 12 Thlr. 36 fl. |

Nach Abzug derselben ergibt sich für 6000 □<sup>o</sup>

eine Waldrente von . . . . . 27 Thlr. 9 fl.

Die Bodenrente ergibt sich, wenn man von der Waldrente die Zinsen des in den Holzbeständen steckenden Kapitals abzieht.

Für 100 □<sup>o</sup> beträgt der Holzbestand des Abtriebschlagess = 15 Fuder. Ist nun, wie ich ohne erheblichen Irrthum glaube annehmen zu können, der jährliche Holzzuwachs vom 1. bis 20. Jahr gleich groß, so ist der durchschnittliche Holzbestand aller Schläge = 7½ Fuder. Dies gibt den gesammten Holzbestand aller 20 Schläge auf 2000 □<sup>o</sup> = 150 Fuder. Der Werth eines Fuders im Abtriebschlage ist = 42,6 fl. Der Durchschnittswerth des Holzes aus allen Beständen mag ungefähr ⅔ dieser Summe, also 28,4 fl. pr. Fuder betragen.

Demnach beträgt auf 20 Schlägen à 100 □<sup>o</sup> = 2000 □<sup>o</sup> der Werth aller Holzbestände 150 × 28,4 fl. = 88 Thlr. 36 fl. Für eine Fläche von 6000 □<sup>o</sup> ist demnach der Kapitalwerth des Holzbestandes . . . . . 266 Th. 12 fl. Hieron betragen zu 4 pCt. die Zinsen . . 10 = 31 = Von der Waldrente . . . . . 27 = 9 = diese Zinsen abgezogen, ergibt für 6000 □<sup>o</sup>

Bruchholz eine Bodenrente von . . . . 16 = 26 =

Diese Rente von 6000 □<sup>o</sup> regelmäßig bestandenem Bruchholz ist so gering, daß man versucht wird, anzunehmen, es müsse auf einem Gut alles Schlagholz auf Boden, der als Acker, Wiese oder Weide nur einen Werth hat, ausgerodet werden.

Mit dem Moment aber, in welchem der Holzbedarf nicht mehr auf dem Gut erzeugt wird, sondern angekauft werden muß, tritt eine merkwürdige Aenderung in dem Preise, den das Holz auf dem Gut selbst hat, ein.

Muß das Holz angekauft werden, so kostet es nicht blos den dafür gezahlten Preis, sondern auch den Betrag der Anfuhrkosten. Zugleich tritt eine große Unsicherheit über die Befriedigung des jährlich wiederkehrenden Bedürfnisses an Holz ein. Man wird dadurch von der Laune seiner Nachbarn abhängig, und wenn es diesen nicht beliebt Holz zu verkaufen, oder wenn sie es vorziehen, ihr überflüssiges Holz auszuroden, so kann man in die Lage kommen, das Holz meilenweit holen zu müssen.

Dadurch aber kann der durch die Anschaffungskosten bedingte Preis des Holzes auf dem Gute selbst auf das zweit-, selbst dreifache des früheren Verkaufspreises steigen.

Aus dieser Rücksicht kann es zweckmäßig sein — wenn der Bedarf an Brennholz nicht durch das Abfallholz aus dem Hochwald gedeckt wird — Bruchholz auf Boden zu erzielen, der, als Wiese oder Weide benutzt, pr. 6000 □<sup>o</sup> eine Landrente von 40 Thlr. und darüber abwirft.

Jedenfalls ist es unter diesen Verhältnissen ratsam, die Brennholzerzeugung auf das Minimum des eigenen Holzbedarfs zu beschränken.

Da aber alle Gutsbesitzer ein gleiches Interesse haben, ihr überflüssiges Brennholz auszuroden, so muß in der Folge nothwendig Mangel an Brennholz entstehen, und der Widerspruch zwischen dem Produktionspreis — in welchem die Rente, die der Waldboden als Acker oder Wiese geben könnte, mit enthalten ist — und dem Verkaufspreis kann nur so lange bestehen, als noch Reste von Urwäldern vorhanden sind, die nicht von der Hand des Menschen, sondern ohne Zuthun desselben von der Natur selbst angelegt sind.

## § 10.

Einfluß des Werthertrags der Durchforstungen auf  
die vortheilhafteste Umtreibszeit und auf die  
Bodenrente.

Unsere Untersuchung ist vorzugsweise auf die Ermittlung der Umtreibszeit gerichtet, bei welcher, für einen gegebenen Holzpreis, der Waldbau die höchste Bodenrente gewährt.

Wird diese Aufgabe gelöst, so kann diese Untersuchung zur Lösung der allgemeinen und höhern Aufgabe:

„die Umtreibszeit zu bestimmen, bei welcher der Produktionspreis des Holzes das Minimum erreicht“  
den Weg bahnen.

Um über die Frage, ob und wie der Werthertrag der Durchforstungen auf die vortheilhafteste Umtreibszeit wirkt, Licht zu erhalten, haben wir im Beginn dieser Untersuchung zwar Durchforstungen vorausgesetzt — weil ohne dieselben der Forderung, daß der jährliche Werthzuwachs das Maximum erreiche, nicht Genüge geleistet werden kann — aber wir haben von dem Werthertrage derselben abstrahirt; oder mit andern Worten: wir haben angenommen, daß der Ertrag aus den Durchforstungen durch die Fällungs- und Belebungskosten des gewonnenen Holzes absorbiert worden.

Die weitere Untersuchung haben wir dann auf die Voraussetzung gebaut, daß die Durchforstungen einen reinen Ertrag abwerfen und haben für diesen Reinertrag Zahlen angenommen, die in manchen Fällen der Wirklichkeit nahe kommen mögen.

Die Vergleichung der Resultate bei den Rechnungen liefert nun einen Beitrag zur Beantwortung obiger Frage.

a. Wenn die Durchforstungen keinen Reinertrag abwerfen,

so ist nach § 5. die vortheilhafteste Umtriebszeit = 42 Jahr.

Die Bodenrente ist dann nach § 5 für den Waldmorgen 44,5 fl. minus 8 fl. für die Administrationskosten = 36,5 fl.

b. Wenn die Durchforstungen den oben angegebenen Werth haben,

so ist die vortheilhafteste Umtriebszeit = 55 Jahr und die Bodenrente ist dann pr. Waldmorgen = 78,5 fl..

Aus dieser Vergleichung ersehen wir also, daß durch den hinzukommenden Reinertrag der Durchforstungen:

- 1) die Umtriebszeit von 42 bis 55 Jahr sich verlängert, und
- 2) die Bodenrente von 36,5 auf 78,5 fl. pr. Waldmorgen steigt.

Gar auffallend und interessant aber ist es, daß selbst bei der hier zu Grunde gelegten starken, im direkten Verhältniß mit dem Alter der Bäume stehenden Steigerung des Holzwerths pr. R. F. dennoch ein längerer Umtrieb, als der von 55 Jahr sich unvortheilhaft erweist.

Wenn aber alle Waldbesitzer einer ganzen Gegend ihr eigenes Interesse erkennend keinen längern Umtrieb gestatten, so fällt die Erzielung von starkem Bauholz ganz weg. Da aber das starke Bauholz durchaus nicht entbehrt werden kann, so muß die Erzeugung desselben durch Erhöhung des Preises hervorgerufen und vortheilhaft gemacht werden.

Es scheint demnach, als wenn der Holzpreis pr. R. F. in einem noch weit stärkeren Verhältniß mit dem Alter der Bäume steigen muß, als wir angenommen haben, wenn die Produktionskosten des starken Bauholzes gedeckt werden sollen.

Wir sind indessen durch unsere Untersuchung zu der Kenntniß gelangt, daß, wenn der Werth der Durchforstungen von Null bis  $\frac{1}{3}$  des Werthzuwachses des bleibenden Bestandes steigt, die Umltriebszeit ohne eine Steigerung der Preise des ältern Holzes sich von 42 bis 55 Jahr verlängert.

Nun ist aber der Werth der Durchforstungen im Verhältniß zum Werth des bleibenden Bestandes keineswegs eine konstante Größe, sondern hängt ganz und gar von der Durchforstungsmethode ab.

Es drängt sich also von selbst die Frage auf, ob es nicht eine Methode der Durchforstung gibt, bei welcher durch Erhöhung des Werths der Durchforstungen im Verhältniß mit dem Werth des Bestandes die vortheilhafteste Umltriebszeit sich soweit verlängert, daß auch das starke Bauholz, ohne eine Steigerung des Preisverhältnisses zwischen jüngerm und älterm Holz mit Vortheil erzeugt werden kann.

### § 11.

#### Die Durchforstungsmethode des Herrn Oberförsters Nagel.

In den metl. Annalen der Landwirthschaft, 12. Jahrgang, 2. Hälfte, vom Jahr 1825, hat der Herr Oberförster Nagel \*) zu Diekhof — ein scharf denkender, praktischer Forstmann — eine schäßbare Waldwerth-Berechnung geliefert, die für mich persönlich einen großen Werth hat, weil sie mir zuerst Licht über den Ertrag des Bodens durch den Holzanbau und über die Methode der Durchforstung gegeben hat.

Was ich aus dieser Abhandlung entnommen und durch mündliche Erläuterungen und Mittheilungen des Hrn. Ver-

\*) Inzwischen gestorben.

A. d. H.

fassers über seine Durchforstungsmethode erfahren habe, theile ich hier um so lieber mit, da bei dem hohen Alter dieses Forstmannes die Resultate seiner vielfachen Forschungen für das Publikum wahrscheinlich verloren gehen.

Diese Durchforstungsmethode beruht auf nachstehenden Principien und Positionen:

- 1) Es wird der Berechnung ein Kiefernwald zum Grunde gelegt, der nicht durch Besamung, sondern durch Pflanzung in geraden Reihen entstanden ist.
- 2) Bei der 1. Durchforstung, welche im Alter der Kiefern von 15 Jahr vorgenommen wird, nimmt man eine Reihe Bäume um die andere weg. Bei der 2. Durchforstung im Alter von 21 Jahr wird in jeder Reihe ein Baum um den andern hinweggenommen. Dies Verfahren wird bei den folgenden Durchforstungen beibehalten.
- 3) Wenn die im Quadrat stehenden Bäume so weit herangewachsen sind, daß der Abstand der Bäume untereinander nur noch den 10fachen Betrag ihres Durchmessers bildet, wird eine Durchforstung vorgenommen, bei welcher die Hälfte der Stämme weggehauen wird. Diesem Princip gemäß findet statt: die 3. Durchforstung im Alter von 30 Jahr
 

|                 |   |   |   |   |    |   |     |   |
|-----------------|---|---|---|---|----|---|-----|---|
| = 4.            | = | = | = | = | 42 | = |     |   |
| = 5.            | = | = | = | = | 60 | = |     |   |
| = 6.            | = | = | = | = | 84 | = |     |   |
| und der Abtrieb |   |   |   |   | =  | = | 120 | = |
- 4) Der Holzzuwachs ist bei dieser Durchforstungsmethode in den jüngern und ältern Beständen gleich groß, und der Holzbestand wächst in arithmetischer Progression. Für die erste Ausbildung der Pflanzen

wird jedoch eine Zahl von Jahren, verschieden nach der Verschiedenheit des Bodens, als keinen Zuwachs liefernd, angesehen und in Rechnung gebracht.

Wir wenden uns nun zu der Frage:

Welchen Einfluß übt diese Durchforstungsmethode auf die Bodenrente und die vortheilhafteste Umtreibszeit aus?

Die Frage, ob bei dieser Art der Durchforstung auch der höchste jährliche Zuwachs erfolgen kann, lassen wir vorläufig unerörtert, und nehmen wie früher den jährlichen Gesammtzuwachs zu 150 R.-F. pr. Waldmorgen an.

Hier wird aber statt  $\frac{1}{3}$  die Hälfte des jährlichen Holzzuwachses vermittelst der Durchforstung hinweggenommen, also 75 statt 50 R.-F., und der bleibende Bestand vergrößert sich jährlich nicht um 100, sondern um 75 R.-F.

Da hier nicht die schwächeren, der Unterdrückung ausgesetzten Stämme hinweggenommen werden, sondern der Platz, den die Stämme einnehmen, die Auswahl bedingt, so muß das Durchforstungsholz gleichen Verkaufspreis mit dem stehenbleibenden Holz haben.

Da ferner bei dieser Durchforstungsmethode sich sehr bald überall fahrbare Wege bilden, das Ausziehen des Holzes also erspart wird: so können wir ohne erhebliche Abweichung von der Wirklichkeit annehmen, daß das Durchforstungsholz nicht blos gleichen Verkaufspreis, sondern auch gleichen Werth pr. R.-F. mit dem stehenbleibenden Holz hat.

Diesen Bestimmungen zu Folge ergibt sich für die Rente nachstehende allgemeine Formel:

Für das Alter des Schläges von  $x + 5$  Jahr ist der Holzbestand . . . . .  $75 x \text{ R.-Fr.}$   
 100 R.-Fr. haben den Werth von . . . . .  $3x + 15$   
 Dies gibt für  $75 x \text{ R.-Fr.}$  . . . . .  $2,25 x^2 + 11,25 x$ .

Die Durchforstungen liefern denselben Werth wie der Abtriebsschlag, nur mit dem Unterschied, daß für die Schläge vom 6. bis 10. Jahr incl., wie in § 7 kein Durchforstungswert in Rechnung gebracht, und folglich vom Werth des Abtriebsschläges in Abzug gebracht werden muß.

Dieser Abzug beträgt hier

$$150 \times \frac{75}{100} = 112,5.$$

Der Werth aller Durchforstungen ist demnach  
 $2,25 x^2 + 11,25 x - 112,5$  \*).

Abtriebsschlag und Durchforstungen geben zusammen  
 $4,50 x^2 + 22,50 x - 112,5$ .

Hier von gehen ab:

1) Die Zinsen vom Werth aller Holzbestände. Diese betragen bei der jährlichen Zunahme des Holzbestandes um 100 R.-Fr.

$$0,04 x^3 + 0,36 x^2 + 0,32 x.$$

Bei der jährlichen Zunahme des Holzbestandes um 75 R.-Fr. kommen die Zinsen nur  $\frac{3}{4}$  so hoch zu stehen und betragen also

$$0,03 x^3 + 0,27 x^2 + 0,24 x.$$

2) Die Anpflanzungskosten, welche wir vorläufig den Besamungskosten gleich annehmen, zu 260. Nach Abzug

\*) Hier findet ein Irrthum statt, den ich erst später erkannt habe und der deshalb in den folgenden § mit übergegangen ist; die genauere wie im § 21 geführte Rechnung ergibt nämlich den Durchforstungsertrag  $= 2,25 x^2 + 11,25 x - 75$ . Die hieraus entspringende Abweichung ist aber unerheblich, und erreicht in den nachstehenden Berechnungen nirgend einen Schilling pr. Waldmorgen.

dieser beiden Ausgaben bleibt die Rente für  $x + 5$  Waldmorgen

$$- 0,03 x^3 + 4,23 x^2 + 22,26 x - 372,5.$$

Wenn man nun für  $x$  nacheinander die Werthe 50, 60, 70, 80 und 90 setzt, und für die Administrationskosten 8 fl. pr. Waldmorgen in Abzug bringt, so ergibt die durchgeführte Rechnung eine Bodenrente pr. Waldmorgen

|                                    |           |
|------------------------------------|-----------|
| beim Umtrieb von 55 Jahr von . . . | 129,6 fl. |
| = = = 65 = = . . .                 | 141,4 =   |
| = = = 75 = = . . .                 | 147,0 =   |
| = = = 85 = = . . .                 | 143,8 =   |
| = = = 95 = = . . .                 | 139,5 =   |

Das Maximum der Bodenrente wird hier zwischen dem 75. und 76. Jahr fallen.

Bei der zuerst in Betracht gezogenen Durchforstungsmethode fanden wir (§ 7) beim Umtrieb von 55 Jahr die höchste Bodenrente vom Waldmorgen = 78,s.

Hier finden wir diese beim 55jährigen Umtrieb = 129,s und beim 75jährigen Umtrieb gar = 147.

Die Nagelsche Durchforstungsmethode scheint demnach eine enorme Vermehrung der Bodenrente zur Folge zu haben.

Indessen kann diese Vergleichung für unsere Untersuchung nicht zur Norm dienen, und zwar aus folgenden Gründen:

1) Soll schon mit 15 Jahr eine Durchforstung lohnend sein, so muß die Pflanzung außerordentlich dicht geschehen, und alsdann werden die Kosten derselben den Betrag der Besamungskosten — welche hier nur in Anschlag gebracht sind — vielfach übersteigen. Wird aber die Pflanzung weitläufig gemacht, so liefern die ersten Jahre bei weitem nicht den berechneten Zuwachs, und die erste Durchforstung kann dann vielleicht erst im 30. Jahr mit Vortheil unternommen werden.

2) Da bei dieser Methode die Epochen der Durchforstungen im späteren Alter der Schläge so weit auseinander fallen, so muß kurz vor der Durchforstung der Stand der Bäume zu gespannt, und nach der Durchforstung, wodurch jedem Baum der doppelte Flächenraum gegeben wird, viel zu groß sein, um das Maximum des Zuwachses — was in der Berechnung angenommen ist — liefern zu können.

3) Wird zur Wahrung des regelmäßigen Standes der Bäume bei der Durchforstung nur auf den Platz gesehen, den der Baum einnimmt, so müssen manche krüppelhafte oder schlecht gewachsene Bäume stehen bleiben, und beim Abtritt wird sich dann mehr Brennholz und weniger Bauholz finden, als wir in der Berechnung angenommen haben.

Um wie viel durch diese Umstände die berechnete Bodenrente vermindert wird, vermag ich auch nicht annähernd anzugeben.

Unstreitig aber hat der Umstand, daß hier das im Holzbestand steckende Kapital, und also auch die davon zu berechnenden Zinsen um  $\frac{1}{4}$  geringer sind, als bei der ersten Durchforstungsmethode (§ 7) einen sehr bedeutenden Anteil an der höhern Bodenrente, die sich für die Nagelsche Methode ergibt.

Um aber den Einfluß, den die Verminderung des Holzkapitals auf die Bodenrente ausübt, rein, d. i. ohne Einwirkung störender Nebenumstände zur Erkenntniß zu bringen, müssen wir das Prinzip, vermittelst der Durchforstungen den halben Zuwachs hinwegzunehmen, auch auf Besamungsschläge anwenden.

## § 12.

Bodenrente und Umliebszeit bei Besamungsschlägen,  
wenn die Durchforstungen den halben Holzzuwachs  
hinwegnehmen.

Wenn gleich in den Besamungsschlägen die völlig regelmäßige Stellung der Stämme im Quadrat nicht zu erreichen ist, so leidet es doch wohl keinen Zweifel, daß durch eine stärkere Lichtung bei der Durchforstung hier ebensowohl als in den Pflanzungsschlägen die Hälfte des Zuwachses hinweggenommen werden kann.

Der Nebelstand bei der Nagelschen Methode, daß die Stämme bald zu gespannt stehen, bald einen zu großen Raum haben, kann hier fast gehoben werden, wenn kurze Durchforstungsperioden statt finden. In dem Folgenden nehme ich deshalb an, daß die 1. Durchforstung mit 15 Jahr, die 2. mit 25 Jahr, die 3. mit 35 Jahr und so weiter alle 10 Jahre auf's Neue eintritt.

Dagegen ist der Vortheil, den die Nagelsche Methode gewährt, daß nämlich das Durchforstungsholz gleichen Werth pr. R. F. mit dem bleibenden Bestand erlangt, in den Besamungsschlägen nicht zu erreichen. Denn, wie bereits angeführt ist, werden hier die minder werthvollen Stämme vorzugsweise von der Durchforstung ergriffen und zugleich wird die Gewinnung des Holzes durch die Kosten des Ausziehens oder Herausschleifens aus dem Walde bedeutend vertheuert. Wir werden also, wie früher, den Werth des Durchforstungsholzes pr. R. F. nur zu  $\frac{2}{3}$  des bleibenden Holzes anschlagen dürfen.

Der Werth der Durchforstungen beträgt demnach  
 $\frac{2}{3} (2,25 x^2 + 11,25 x - 112\frac{1}{2})$

also  $0,75 x^2 + 3,75 x - 37^{1/2}$  weniger als bei der Nagelschen Methode.

Die Einnahme aus dem Abtriebsschlag, so wie die Ausgaben an Zinsen und Besamungskosten bleiben unverändert.

Im vorigen § war die Rente

$$= -0,03 x^3 + 4,23 x^2 + 22,26 x - 372^{1/2}$$

Für den Minderertrag der Durchforstungen gehen

$$\text{ab . . . . .} = 0,75 x^2 + 3,75 x - 37^{1/2}$$

Die Rente für die Besamungsschläge

$$\text{bleibt demnach} = -0,03 x^3 + 3,48 x^2 + 18,51 x - 335$$

Setzt man nun, wie im vorigen § für  $x$  nach und nach andre Werthe, und bringt 8 fl. Administrationskosten pr. Waldmorgen in Abzug, so ergeben sich nachstehende Resultate:

Die Bodenrente beträgt

| für den Umltrieb      | pr. Waldmorgen. |
|-----------------------|-----------------|
| von 55 Jahr . . . . . | 92,7 fl.        |
| = 65 = . . . . .      | 97,0 =          |
| = 67 = . . . . .      | 97,1 =          |
| = 75 = . . . . .      | 95,0 =          |

Die höchste Bodenrente findet statt beim Umltrieb von 67 Jahr.

Die Waldrente beträgt

$$3,75 x^2 + 18,75 x - 335.$$

Dies gibt, wenn 8 fl. Administrationskosten abgerechnet werden,

|                                        |        |
|----------------------------------------|--------|
| für den Umltrieb von 55 Jahr . . . . . | 173,4  |
| 65 = . . . . .                         | 211,8  |
| 75 = . . . . .                         | 250,0. |

Verhältniß zwischen Waldrente und Bodenrente.

| Beim Umtrieb | Waldrente. | Bodenrente. | Verhältniß. |
|--------------|------------|-------------|-------------|
| von 55 Jahr  | 173,4      | 92,7        | 100 : 53,5  |
| 65 =         | 211,8      | 97          | 100 : 45,8  |
| 75 =         | 250        | 95          | 100 : 38    |

§ 13.

Vergleichung der beiden Methoden,  
bei welchen

- A. die Durchforstung ein Drittel des jährlichen Holzzuwachses,
- B. die Hälfte dieses Zuwachses hinwegnimmt.
- 1. In Bezug auf den Theil des Bestandes, welchen die Durchforstung hinwegnimmt.

Wird die erste Durchforstung im Alter der Bäume von 15 Jahr vorgenommen, und wiederholt sich diese alle 10 Jahr, so ist der verhältnismäßige Theil des Durchforstungsholzes vom Bestande folgender:

Für den Fall A, wenn  $\frac{1}{3}$  des Zuwachses von der Durchforstung ergriffen wird.

Im Alter von 15 Jahr ist der Bestand  $5 \times 100 + 5 \times 150 = 500 + 750 = 1250$  R. F., denn es ist der jährliche Zuwachs vom 5. bis 10. Jahr = 100 R. F. und vom 10. bis 15. Jahr = 150 R. F.

Hiervon nimmt die Durchforstung  $5 \times 50 = 250$  R. F. hinweg; also  $\frac{1}{3}$  des Bestandes.

Der bleibende Bestand ist . . . = 1000 R. F.

Hierzu der Zuwachs in 10 Jahren. = 1500 = =

Bestand im Alter von 25 Jahr = 2500 R. F.

Hiervom nimmt die zweite Durchforstung  $10 \times 50$   
= 500 R. F. hinweg, also den fünften Theil des Bestandes.

Der bleibende Bestand ist . . . = 2000 R. F.

Hierzu der Zuwachs in 10 Jahren. = 1500 = =

Bestand im Alter von 35 Jahr = 3500 R. F.

Die Durchforstung nimmt wiederum 500 R. F., also  
 $\frac{1}{7}$  des Bestandes hinweg.

Die Fortführung dieser Rechnung ergibt, daß die Durchforstung vom Bestand hinwegnimmt:

im Alter von 45 Jahr . . .  $\frac{1}{9}$

55 = . . .  $\frac{1}{11}$

65 = . . .  $\frac{1}{13}$

75 = . . .  $\frac{1}{15}$

Für den Fall B, wenn die Durchforstung die Hälfte des Zuwachses ergreift.

Im Alter von 15 Jahr ist der Bestand = 1250 R. F.

Der Ertrag der Durchforstung beträgt  $5 \times 25 + 5 \times 75$   
= 125 + 375 = 500, also  $\frac{2}{5}$  des Bestandes.

Der Bestand bleibt . . . 750 R. F.

Zuwachs in 10 Jahr . . . 1500 = =

Bestand im Alter von 25 Jahr 2250 R. F.

Die Durchforstung nimmt hinweg  $10 \times 75 = 750$ .  
also  $\frac{1}{3}$  des Bestandes.

Auf diese Weise ergibt sich, daß hinwegnimmt  
die 3. Durchforstung im Alter von 35 Jahr  $\frac{1}{4}$  des Bestandes,

= 4. = = = = 45 =  $\frac{1}{5}$  = =

= 5. = = = = 55 =  $\frac{1}{6}$  = =

= 6. = = = = 65 =  $\frac{1}{7}$  = =

= 7. = = = = 75 =  $\frac{1}{8}$  = =

## 2. In Beziehung auf die Waldrente.

Die Waldrente beträgt pr. Waldmorgen:

|                           | für<br>die Methode<br>A. | für<br>die Methode<br>B. |
|---------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Beim Umltrieb von 35 Jahr | 103,1                    |                          |
| 45 =                      | 145,1                    |                          |
| 55 =                      | 186,4                    | 173,4                    |
| 65 =                      | 227,2                    | 211,8                    |
| 75 =                      | —                        | 250,0                    |
| — =                       | —                        | —                        |
| — =                       | —                        | —                        |
| — =                       | —                        | —                        |
| 105 =                     | 389,0                    | 363,8                    |

Es ergibt sich hieraus:

- 1) daß die Methode A eine größere Waldrente liefert, als die Methode B.
- 2) daß die Waldrente mit der längern Umltriebszeit dauernd und zwar sehr beträchtlich steigt.

Aus diesem Resultat, was sich auch durch eine einfache Rechnung finden lässt, wird es erklärlich, warum man so lange und so beharrlich an der schwächeren Durchforstung und der langen Umltriebszeit festgehalten hat.

In der That geht aber aus einer solchen Berechnung nur die eine Wahrheit hervor:

daß ein großes Kapital mehr Zinsen bringt als ein kleines!

Denn bei dem längern Umltrieb geht der bei weitem größte Theil der Waldrente aus den Zinsen des im Holzbestand steckenden Kapitals hervor.

Für A betragen (§ 7) die Zinsen vom Werth aller Holzbestände  $0,04 x^3 + 0,36 x^2 + 0,32 x$ .

Für  $x = 100$  und den Umtrieb von 105 Jahr gibt dies pr. Waldmorgen an Zinsen 415,5.

Die Zinsen des im Holzbestand steckenden Kapitals übersteigen hier also die ganze Waldrente, so beträchtlich diese auch ist — und der Waldbesitzer würde, wenn er alles Holz fällte, das dafür gelöste Kapital auf Zinsen legte, und den Boden wüst liegen ließe, mehr Einnahme haben, als früher beim Betrieb des Waldbauers.

### 3. In Bezug auf die Bodenrente.

| Diese beträgt pr. Waldmorgen | für A  | für B |
|------------------------------|--------|-------|
| beim Umtrieb von 35 Jahr     | 62,8   |       |
| 45 =                         | 75,1   |       |
| 55 =                         | 78,8   | 92,7  |
| 65 =                         | 74,1   | 97,0  |
| 67 =                         |        | 97,1  |
| 75 =                         |        | 95,0  |
| —                            |        |       |
| —                            |        |       |
| —                            |        |       |
| 105 =                        | — 26,5 | 52,2  |

Es ergibt sich hieraus, daß die höchste Bodenrente, welche die Methode A zu liefern vermag, 78,8 fl. pr. Waldmorgen von 130 □<sup>o</sup> beträgt, welches für das Flächenmaas von 6000 □<sup>o</sup> 75,7 Thlr. ausmacht; die höchste Bodenrente der Methode B ist dagegen 97,1 fl. pr. Waldmorgen = 93,3 Thlr. für 6000 □<sup>o</sup>. Das Verhältniß zwischen A und B ist wie 78,8 : 97,1 = 100 : 123; oder B gibt 23 pCt. mehr Bodenrente als A.

Der Methode B kommt aber noch ein anderer, hier noch nicht in Betracht gezogener Umstand zu gut. Bei

der größern Lichtstellung der Bäume wird nämlich der Zu-  
wachs der einzelnen Stämme größer, wenn auch der Ge-  
sammtzuwachs des Waldes derselbe bleibt. Der mit dem Alter  
der Bäume zunehmende Werth des Holzes pr. K. F. ist  
aber nur auf den größern Durchmesser der ältern Stämme  
gegründet, und wenn bei verschiedenen Durchforstungs-  
methoden die jährliche Zunahme des Durchmessers der Bäume  
verschieden ist, so muß auch statt des Alters der Bäume  
der Durchmesser derselben zum Maasstab für den Werth  
des Holzes pr. K. F. genommen werden.

Gesetzt es fände sich, daß bei der Methode A der Durch-  
messer der einzelnen Bäume jährlich um  $\frac{1}{6}$  Zoll, bei B  
aber jährlich um  $\frac{1}{5}$  Zoll zunähme, so würde bei A der  
Baum schon im Alter von 72 Jahr, bei B aber schon im  
Alter von 60 Jahr die Stärke von 1 Fuß im Durchmesser  
erlangen, und ungeachtet des verschiedenen Alters würden  
beide Bäume doch gleichen Werth haben.

Gesetzt, es sei für A die angenommene jährliche Werth-  
steigerung des Holzes von 0,03 fl. pr. K. F. zutreffend, so  
müsste für B diese Werthsteigerung zu 0,036 fl. pr. K. F.  
berechnet werden.

Nähme man die hier blos als Beispiel aufgenommenen  
Zahlen zur Norm, so würde der Mehrertrag von B auf fast  
50 pCt. steigen.

Um aber eine begründete Rechnung aufzustellen zu können,  
müsste man das Gesetz kennen,

wornach der Durchmesser der Bäume bei verschiedenen  
Graden der Lichtstellung wächst.

Jedenfalls aber verdient das hier gefundene Resultat Be-  
achtung. Denn wenn durch eine verbesserte Durchforstungs-  
methode der Reinertrag aller Kiefernwälder um 23 bis  
50 pCt. erhöht werden kann, so kommt dies nicht blos dem

Waldbesitzer zu Nutzen, sondern das Nationaleinkommen selbst wird dadurch in bedeutendem Maas gesteigert.

Hier muß ich nun aber selbst diese Untersuchung für eine unvollendete erklären.

Denn es ist, sowohl für B als für A, der jährliche Zuwachs pr. Waldmorgen zu 150 R. F. angenommen. Es leidet aber wohl keinen Zweifel, daß die größere oder geringere Lichtstellung nicht blos auf die Zunahme der einzelnen Bäume, sondern auch auf den Gesamtzuwachs des ganzen Waldes einen Einfluß ausübt, daß also für zwei verschiedene Durchforstungsmethoden nicht ein und derselbe jährliche Zuwachs angenommen werden darf.

Die Frage aber, ob für A oder B der jährliche Gesamtzuwachs größer sei, und in welchem Verhältniß beide zu einander stehen, ist unlöslich, so lange wir nicht wissen, in welchem Verhältniß der Zuwachs des einzelnen Baumes mit dem Raum steht, der ihm gegeben wird.

So zeigt sich also auch hier, daß der Fortschritt im Wissen nicht zur vollendeten Befriedigung, sondern zu immer höhern Problemen führt.

#### 4. In Bezug auf die Umtreibszeit.

Aus den bisherigen Untersuchungen haben wir ersehen, daß die vortheilhafteste Umtreibszeit sich ändert mit dem Werth und Ertrag der Durchforstungen und daß der Boden die höchste Rente gibt:

Bei dem Umtrieb  
von

- a) Für den Fall, daß das Durchforstungsholz ohne Werth ist . . . . . 42 Jahr.
- b) Wenn die Durchforstung  $\frac{1}{3}$  des Holzzuwachses ergreift und dieses Holz  $\frac{2}{3}$  des Werths des bleibenden Holzes hat . . . 55 =

c) Wenn die Hälfte des Zuwachses von der Durchforstung hinweggenommen wird, und dieses Holz  $\frac{2}{3}$  des Werths des bleibenden Bestandes hat . . . . 67 Jahr.

Es ergibt sich hieraus sehr bestimmt, daß die Umltriebszeit, die den höchsten Gewinn bringt, sich um so mehr verlängert, je ertragreicher die Durchforstungen werden.

Auffallend aber ist es, daß selbst bei der starken Durchforstung, welche die Hälfte des Zuwachses ergreift, die vortheilhafteste Umltriebszeit nicht über 67 Jahr hinausreicht. Im Alter von 67 Jahr liefern die Kiefern aber noch kein starkes Bauholz, und es scheint sich demnach die schon früher geäußerte Ansicht zu bestätigen, als müsse der Preis des Bauholzes pr. K. F. in einem noch stärkeren Verhältniß, als dem des Alters der Bäume, steigen, wenn nach dem Verschwinden der Urwälder überhaupt noch starkes Bauholz producirt werden soll.

Betrachten wir nun näher, was dem längern Umltrieb hindernd in den Weg tritt, und denselben unwortheilhaft macht, so finden wir den Grund dafür in dem großen Kapital, was beim langen Umltrieb in dem Holzbestand enthalten ist. Auffallend zeigt sich dies beim 105jährigen Turnus, wo bei der Methode A die Zinsen des Bestandskapitals nicht blos die ganze Waldrente verschlingen, sondern noch um 26,5 fl. pr. Waldmorgen übersteigen.

Dagegen gibt derselbe Turnus nach der Methode B, bei welcher das Bestandskapital um  $\frac{1}{4}$  geringer ist, noch eine Bodenrente von 52,2 fl. Dies lehrt uns, daß die Nachtheile des hohen Umltriebs durch Verminderung des Bestandes, also durch stärkere Richtung bei der Durchforstung gemindert werden können.

Bis zu welchem Grade diese Richtung getrieben werden darf, ist nun Gegenstand der folgenden Untersuchung.

## Zweiter Abschnitt.

---

### §. 14.

Wie groß muß der Abstand der Bäume unter einander im Verhältniß zu ihrem Durchmesser sein, wenn der jährliche Werthzuwachs des ganzen Waldes das Maximum erreichen soll?

Dies Verhältniß wird gewiß nach der Verschiedenheit der Baumarten und selbst für dieselbe Baumart auf verschiedenem Boden sehr verschieden sein. Es scheint demnach, als sei hier an eine Regel gar nicht zu denken.

Es ist hier aber von einer alle Baum- und Bodenarten umfassenden Regel gar nicht die Rede, sondern es handelt sich nur darum, für eine gegebene Baumart (hier die Kiefer) auf einem bestimmten Boden das Gesetz zu finden und darauf weitere Schlüsse zu bauen.

Will man aber behaupten, daß es auch für diesen konkreten Fall kein Gesetz gibt, so stelle ich die Frage: ob die Natur wohl die Antwort schuldig bleiben wird, wenn man nachstehendes Experiment anstellt?

Man theile ein Feld von ganz gleichmäßigem Boden in acht gleiche Theile, besäe das Ganze gleichmäßig mit Kiefern, und gebe durch die jährlich wiederkehrende Durchforstung, soweit dies annähernd möglich ist, den Stämmen

unter einander, von ihrer Jugend bis zum Abtrieb, einen Abstand, welcher

|                                  |
|----------------------------------|
| in der 1. Abtheilung das 8fache, |
| = = 2. = = 9 =                   |
| = = 3. = = 10 =                  |
| = = 4. = = 11 =                  |
| = = 5. = = 12 =                  |
| = = 6. = = 13 =                  |
| = = 7. = = 14 =                  |
| = = 8. = = 15 =                  |

ihres Durchmessers beträgt.

Gewiß wird die Natur hier die Antwort nicht schuldig bleiben — und wenn wir auf demselben Boden und unter denselben Verhältnissen diesen Versuch, um die möglichen Störungen ausgleichen zu können, wiederholt anstellen: so wird für diesen konkreten Fall das Gesetz gefunden.

Da es aber kein absolutes Hinderniß gibt, mit jeder Baumart, auf jeder Bodenart und unter allen klimatischen Verhältnissen ein solches Experiment anzustellen, so ist, abgesehen von der großen Schwierigkeit des Versuchs, die Möglichkeit zur Erforschung dieses Naturgesetzes nicht zu bestreiten.

Die Anstellung solcher Versuche erfordert aber eine große Aufmerksamkeit von Seiten des Beobachters, einen bedeutenden Kostenaufwand, und was das schlimmste ist, eine Zeitdauer, die die Lebensdauer des einzelnen Menschen übersteigt. Es ist deshalb nicht zu verwundern, wenn diese Frage noch nicht durch die That gelöst ist. Aber frappirt hat es mich, daß ich in den mir bekannten forstwirtschaftlichen Schriften nirgends eine, wenn auch nur hypothetische Angabe in Zahlen über das Verhältniß des erforderlichen Raumes zum Durchmesser der Bäume gefunden habe —

da doch jede Begründung eines Durchforstungsprincips auf diese Frage zurückführt.

Den einzigen Anhaltspunkt über diesen Gegenstand finde ich in der Durchforstungsmethode des Herrn Oberförsters Nagel.

Derselbe unternimmt, wie schon §. 11 erwähnt ist, die Durchforstung, wenn der Abstand der Bäume unter einander das zehnfache ihres Durchmessers beträgt, und gibt dann durch Hinzunahme der Hälfte der Bäume den bleibenden Stämmen den doppelten Flächenraum.

Nimmt man hier das Quadrat des Durchmessers  $= \delta^2$  zur Einheit und zum Maas für den Flächenraum, so hat jeder Baum kurz vor der Durchforstung  $100 \delta^2$ , nach der Durchforstung einen Raum von  $200$  solcher Einheiten.

Der relative Raum von  $200 \delta^2$  für jeden Baum, womit die Durchforstungsperiode beginnt, wird aber mit jedem Jahr geringer, weil die Einheit, womit gemessen wird, — der Durchmesser — stetig wächst, und am Schluß der Durchforstungsperiode ist dieser relative Raum bis auf  $100 \delta^2$  gesunken.

Bei diesem Verfahren haben aber die Bäume anfangs zu viel und am Schluß der Periode zu wenig Raum, und wir können hieraus nur folgern, daß in der Mitte der Periode die Bäume den normalen Stand haben.

In der Mitte der Durchforstungsperiode aber hat der Baum den Flächenraum von  $\frac{200 \delta^2 + 100 \delta^2}{2} = 150 \delta^2$ .

Bei dem Flächenraum von  $150 \delta^2$  aber ist der Abstand der Bäume unter einander

$$= \sqrt{150 \delta^2} = 12,25 \delta.$$

Hiernach lege ich nun der fernern Betrachtung folgende Annahme zum Grunde:

Der Abstand der Bäume untereinander vom Mittelpunkt der Grundfläche des einen Baums, bis zum Mittelpunkt der Grundfläche der umgebenden, im Quadrat stehenden Bäume muß das zwölffache des Durchmessers betragen, wenn die Waldfläche den höchsten jährlichen Werthzuwachs liefern soll.

Die Prüfung und eventuelle Berichtigung dieser Annahme muß ich den praktischen Forstmännern überlassen.

---

### § 15.

#### Der Zuwachs der einzelnen Bäume im Durchmesser und am körperlichen Inhalt.

Mr. Oberförster Nagel nimmt an, daß beim normalen Abstand der Bäume unter einander die jährliche Zunahme des Durchmessers im arithmetischen Verhältniß erfolgt, und mit Uebergehung der ersten zur Bildung des Pflanzenkörpers erforderlichen Jahre, und mit Ausnahme des hohen Alters der Bäume in jedem Jahre gleich groß ist.

Beispiel: Die Zahl der Jahre, die zur Körperf bildung erforderlich ist, und für welche kein Zuwachs in Rechnung gebracht wird, sei = 5, und die Zunahme des Durchmessers betrage vom 6. Jahr an, jährlich  $\frac{1}{5}$  Zoll oder  $\frac{1}{60}$  Fuß: so beträgt der Durchmesser des Baums

im Alter von 25 Jahr  $20 \times \frac{1}{5} = 4$  Zoll.

$$= = = 35 = 30 \times \frac{1}{5} = 6 =$$

$$= = = 45 = 40 \times \frac{1}{5} = 8 =$$

$$= = = 55 = 50 \times \frac{1}{5} = 10 =$$

$$= = = 65 = 60 \times \frac{1}{5} = 12 =$$

Berechnung des körperlichen Inhalts eines Baumes von  
1 Fuß Durchmesser und 71 Fuß Höhe.

Der Baum bildet einen mit Asten versehenen abgestumpften Kegel, der aber in der Mitte gewöhnlich etwas stärker ist, als die reine Kegelform fordert.

Cotta hat in seinen Hülftafeln das Verhältniß, was zwischen dem Inhalt eines Baumes und dem des mathematischen Kegels, bei gleicher Höhe und Grundfläche, besteht, dargestellt — und uns dadurch die Rechnung gar sehr erleichtert.

Nach Tafel I S. 5 und Tafel II S. 23 ist der Inhalt des Kegels von 1 Fuß Durchmesser und 71 Fuß Höhe = 18,59 R.-F.

Nach Tafel IV S. 32 ist für Kiefern das mittlere Verhältniß zwischen dem Inhalt des Kegels zu dem Inhalt des entasteten Baums wie 100 : 129. Demnach ist der Inhalt einer entasteten Kiefer von 71 Fuß Höhe und 1 Fuß Durchmesser =  $18,59 \times 1,29 = 23,98$  R.-F.

Vereinfacht wird die Rechnung aber noch bedeutend, wenn man statt des Kegels die vierseitige Pyramide zum Maßstab für die Vergleichung nimmt.

Das Verhältniß des Durchmessers zur Höhe sei wie 1 : h, so ist für den Durchmesser =  $\delta$  die Höhe =  $h\delta$ . Die Pyramide, deren Grundfläche ein Quadrat bildet, wovon jede Seite dem Durchmesser des Baums gleich, also =  $\delta^2$  ist, hat einen Inhalt von  $\frac{1}{3}h\delta \times \delta^2 = \frac{1}{3}h\delta^3$ .

Für  $h = 71$  und  $\delta = 1$  ist mithin der Inhalt der Pyramide =  $\frac{1}{3} \times 71 = 23,67$  R.-F.

der Inhalt des Baumes ist = 23,98 R.-F.

Hier findet also nur ein Unterschied von 0,31 R.-F. statt, und um den Inhalt des entasteten Baums zu finden, muß man den Inhalt der Pyramide mit 1,013 multiplizieren.

Bei Stämmen mit voller Benutzung d. i. des Schaftes mit allen Nesten verhält sich der Inhalt des ganzen Baums zu dem des Kegels nach Cotta's 4. Tafel S. 32 wie 167:100. Der Inhalt des Kegels ist . . . . . 18,59 R.-F. Der Inhalt des ganzen Baums also  $18,59 \times 1,67 = 31,05$  R.-F.

Vergleichen wir hiemit den Inhalt der Pyramide, so ist das Verhältnis zwischen beiden wie  $23,67 : 31,05 = 100 : 131,2$ .

Man findet also den Inhalt des Baumes mit allen Nesten, wenn man den Inhalt der entsprechenden Pyramide mit  $1,31,2$  multipliziert.

Der Inhalt der Pyramide ist  $\frac{1}{3} h \delta \times \delta^2 = \frac{1}{3} h \delta^3$ .

Der Inhalt des Baumes ist dann = . . .  $\frac{1,31}{3} h \delta^3$ .

Für  $h = 71$  ist  $\frac{1,31 \times 71}{3} = \frac{1,31 \times 71}{3} = 31$ , und wir erhalten für den Inhalt des Baumes den höchst einfachen Ausdruck  $31 \delta^3$ .

Dies gibt für  $\delta = 2$  den Inhalt = 248 R.-F.

= = =  $\delta = 1$  = = = 31 =  
= = =  $\delta = \frac{1}{2}$  = = =  $\frac{27}{8}$  =

Wenn die jährliche Zunahme des Durchmessers  $\frac{1}{6}$  Zoll =  $1\frac{1}{72}$  Fuß beträgt, wie groß ist dann der Zuwachs eines Baums von 1 Fuß Durchmesser an körperlichem Inhalt?

Der Baum, welcher im Frühjahr eine Stärke von 1 Fuß hatte, hat dann im Herbst einen Durchmesser von  $1\frac{1}{72} = \frac{73}{72}$  Fuß.

Der Inhalt dieses Baumes ist

$$31\left(\frac{73}{72}\right)^3 = 31 \times \frac{389017}{373248} = 32,31 \text{ R.-F.}$$

Der Inhalt des Baums ist von 31 auf 32,31 R.-F. gestiegen und der Zuwachs beträgt  $1,31$  R.-F. oder  $\frac{1,31}{31} = 4,2$  p.Ct. des Bestandes.

Allgemein ausgedrückt betrage der jährliche Zuwachs des Durchmessers  $\alpha$  Fuß, so wächst im Verlauf des Sommers der Durchmesser von  $\delta$  bis  $\delta + \alpha$ .

Der Inhalt des Baums, dessen Durchmesser  $= \delta + \alpha$  ist  $31(\delta + \alpha)^3 = 31(\delta^3 + 3\delta^2\alpha + 3\delta\alpha^2 + \alpha^3)$ .

Im Frühjahr war der Inhalt  $= 31\delta^3$ .

Die Zunahme des körperlichen Inhalts beträgt demnach  $31(3\delta^2\alpha + 3\delta\alpha^2 + \alpha^3)$ .

### § 16.

Berechnung des Theils des Zuwachses, welcher durch die Durchforstung hinweggenommen werden muß.

Bei der großen Verschiedenheit der Ansichten der Forstmänner über den Durchforstungs-Ertrag, und dem gänzlichen Mangel eines erwiesen richtigen Durchforstungs-Princips habe ich in dem Vorhergehenden den Ertrag der Durchforstungen im Verhältniß zum Zuwachs nur hypothetisch annehmen können.

Bei diesem Mangel in der Wissenschaft über einen der wesentlichsten Gegenstände der Forstwirtschaft ist es aber ebensowenig möglich, die vortheilhafteste Umltriebszeit zu bestimmen, als den Ertrag des Bodens durch die Holzkultur genau zu berechnen.

Es drängt sich deshalb sowohl der Wunsch, als das Bedürfniß auf, ein wissenschaftlich begründetes Prinzip für die Durchforstung aufzufinden.

Es fragt sich nun, ob die Erforschung eines solchen Gesetzes überhaupt möglich sei, und wenn dies wäre, ob die vorhandenen Data dazu ausreichend sind.

Prüfen wir nun, ob die Sätze, welche ich aus der Waldwerthberechnung des Herrn Oberförsters Nagel theils entnommen, theils abgeleitet habe, dazu genügend sind.

Zur Erleichterung der Uebersicht, stelle ich die oben schon einzeln angeführten Sätze hier in einer Folge zusammen.

1. Satz. Der jährliche Werthzuwachs eines Waldes erreicht das Maximum, wenn der Abstand der Bäume untereinander das zwölffache ihres Durchmessers beträgt.

2. Satz. Mit Ausschluß der ersten, zur Bildung des Pflanzenkörpers erforderlichen Jahre, so wie des hohen Alters der Bäume bleibt, beim normalen Abstand der Bäume untereinander, die jährliche Zunahme des Durchmessers der einzelnen Bäume sich gleich, und ist eine konstante Zahl.

3. Satz. Unter denselben Beschränkungen und Bedingungen wie im 2. Satz ist auch der Jahreszuwachs der Holzmasse des ganzen Waldes gleichbleibend und eine konstante Zahl.

Diese Sätze lege ich nun den folgenden Betrachtungen zum Grunde, um zu versuchen, ob das gesuchte Gesetz sich daraus herleiten läßt.

Nach der auf den 2. Satz gegründeten Berechnung im vorigen § wissen wir, daß der Zuwachs der einzelnen Bäume an körperlichem Inhalt  $31(3\alpha\delta^2 + 3\alpha^2\delta + \alpha^3) \text{ R.-F.}$  beträgt. Nach Satz 1 erfordert jeder Baum einen Raum von  $12 \times 12\delta^2 = 144\delta^2$ .

Ist nun die Waldfläche =  $w \square'$ , so stehen im Frühjahr auf dieser Fläche  $\frac{w}{144\delta^2}$  Bäume. Diese Zahl multipliziert mit dem Zuwachs der einzelnen Bäume ergibt den Gesamtzuwachs des Waldes. Im Herbst ist der Durchmesser der

Bäume von  $\delta$  bis  $\alpha + \delta$  angewachsen. Jeder Baum erfordert dann  $144(\alpha + \delta)^2$  Raum. Auf der ganzen Waldfläche haben dann  $\frac{W}{144(\alpha + \delta)^2}$  Bäume Raum. Es stehen dort aber  $\frac{W}{144\delta^2}$  Bäume, und um den normalen Raum zu schaffen, müssen  $\frac{W}{144\delta^2} \div \frac{W}{144(\alpha + \delta)^2}$  Bäume weggehauen werden, wovon jeder einen Inhalt von  $31(\alpha + \delta)^3$  R.F. hat. Diese Holzmasse verglichen mit dem Gesammtzuwachs ergibt, in welchem Verhältniß Zuwachs und Durchforstungs-ertrag zu einander stehen.

Es zeigt sich also die Möglichkeit, die gestellte Aufgabe durch den Kalkül zu lösen, wenn der Werth von  $\delta$  gegeben ist.

Die Anwendung dieser Formel auf Bäume von verschiedenem Durchmesser zeigt aber, daß das Verhältniß zwischen Zuwachs und Durchforstungsertrag nicht gleich bleibt, z. B. für  $\delta = \frac{1}{2}$  ein anderes ist, als für  $\delta = 1$ .

Diese Verschiedenheit röhrt daher, daß wir den Raum, den der Baum im Frühjahr gebraucht ( $144\delta^2$ ), als ausreichend für den ganzen Sommer angesehen haben, während doch die Bäume, wenn sie das Maximum des Zuwachses liefern sollen, mit dem Wachsen ihres Durchmessers einen stets wachsenden Raum haben müssen.

Für die Praxis mag ein solches Eingehen in das Minutiöse als eine müßige Subtilität erscheinen; wenn wir aber die Gesetze der Natur erforschen wollen, müssen wir ihr Wirken in den leitesten Uebergängen verfolgen, und um eine Formel aufzufinden, die nicht blos für einen gegebenen Werth von  $\delta$ , sondern für alle Werthe von  $\delta$  das richtige Verhältniß zwischen dem Zuwachs und dem Durchforstungs-ertrag ergibt, dürfen wir vor einer tiefen und schwierigen Untersuchung nicht zurückschrecken.

Während der Wachsthumspériode im Sommer nimmt der Durchmesser des Baums mit jedem Tage, jeder Stunde, ja in jedem Moment an Ausdehnung zu. Der Baum gebraucht also auch an jedem folgenden Tage einen größern Flächenraum, als an dem vorhergehenden. Wenn wir nun den Raum, den der Baum an jedem einzelnen Tage gebraucht hat, berechnen, dann die Flächenräume für die einzelnen Tage addiren und durch die Zahl der Tage dividiren, so werden wir mit ziemlicher Genauigkeit den Raum, den der Baum während des Sommers gebraucht hat, angeben können. Noch genauer wird das Resultat, wenn wir die Stunden zum Maasstab nehmen, und vermöchten wir es, die Zunahme des Durchmessers für jeden einzelnen Moment zu bestimmen, so würde die Rechnung eine vollkommene Uebereinstimmung mit der Wirklichkeit gewähren.

Um nun ein anschauliches Bild von dem sich allmählig mehrenden Raumbedürfnis zu erhalten, theilen wir beispielweise den Sommer in 10 Abschnitte.

Für den Durchmesser = 1 ist dann

|                 | der Durchmesser            | der Raum, den der Baum gebraucht                            |
|-----------------|----------------------------|-------------------------------------------------------------|
| Im 1. Abschnitt | $1 + \frac{1}{10} \alpha$  | $(1 + \frac{2}{10} \alpha + \frac{1}{100} \alpha^2) 144$    |
| ≈ 2. =          | $1 + \frac{2}{10} \alpha$  | $(1 + \frac{4}{10} \alpha + \frac{4}{100} \alpha^2) 144$    |
| ≈ 3. =          | $1 + \frac{3}{10} \alpha$  | $(1 + \frac{6}{10} \alpha + \frac{9}{100} \alpha^2) 144$    |
| ≈ 4. =          | $1 + \frac{4}{10} \alpha$  | $(1 + \frac{8}{10} \alpha + \frac{16}{100} \alpha^2) 144$   |
| ≈ 5. =          | $1 + \frac{5}{10} \alpha$  | $(1 + \frac{10}{10} \alpha + \frac{25}{100} \alpha^2) 144$  |
| ≈ 6. =          | $1 + \frac{6}{10} \alpha$  | $(1 + \frac{12}{10} \alpha + \frac{36}{100} \alpha^2) 144$  |
| ≈ 7. =          | $1 + \frac{7}{10} \alpha$  | $(1 + \frac{14}{10} \alpha + \frac{49}{100} \alpha^2) 144$  |
| ≈ 8. =          | $1 + \frac{8}{10} \alpha$  | $(1 + \frac{16}{10} \alpha + \frac{64}{100} \alpha^2) 144$  |
| ≈ 9. =          | $1 + \frac{9}{10} \alpha$  | $(1 + \frac{18}{10} \alpha + \frac{81}{100} \alpha^2) 144$  |
| ≈ 10. =         | $1 + \frac{10}{10} \alpha$ | $(1 + \frac{20}{10} \alpha + \frac{100}{100} \alpha^2) 144$ |
| Summe           |                            | $(10 + 11 \alpha + 3,85 \alpha^2) 144$                      |

Diese Summe dividirt mit 10, als der Zahl der Abschnitte, so ergibt sich der mittlere Raum, den der Baum im Sommer gebraucht

$$(1 + 1,1 \alpha + 0,385 \alpha^2) 144.$$

Betrachten wir nun die Ordnung in den Koeffizienten von  $\alpha$  und  $\alpha^2$ , so sehen wir, daß die Summe der Koeffizienten von  $\alpha$  gleich ist der Summe der natürlichen Zahlen (1, 2, 3 u. s. w.) multiplizirt mit 2 und dividirt mit 10.

Die Summe der Koeffizienten von  $\alpha^2$  ist dagegen gleich der Summe der Quadrate von den natürlichen Zahlen 1, 2, 3 u. s. w.

Theilen wir nun den Sommer in  $n$  Abschnitte, so ist die Summe der Koeffizienten von

$$\alpha = (1 + 2 + 3 + \dots + n) \frac{2}{n} = \frac{n(n+1)}{2} \times \frac{2}{n} = n + 1.$$

Die Summe der Koeffizienten von  $\alpha^2$  ist

$$= (1 + 4 + 9 + \dots + n^2) \frac{1}{n^2}.$$

Die Summe der Quadrate der natürlichen Zahlen von 1 bis  $n$  ist aber  $\frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6}$ , folglich ist die Summe der Koeffizienten von

$$\alpha^2 = \left( \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6} \right) \frac{1}{n^2} = \frac{1}{3}n + \frac{1}{2} + \frac{1}{6}n$$

$$\text{oder } \frac{2n^2 + 3n + 1}{6n}.$$

Wir haben hierdurch die Summe des Raums, den der Baum in  $n$  Zeitabschnitten gebraucht, berechnet; um nun den Raum, den der Baum während eines Sommers von  $n$  Zeitabschnitten gebraucht, zu berechnen, müssen wir die gefundene Summe mit  $n$  dividiren.

Als dann erhalten wir für den Flächenraum, den ein Baum von 1 Fuß Durchmesser gebraucht, den Ausdruck

$$(1 + \frac{n+1}{n} \alpha + (\frac{1}{3}n + \frac{1}{2} + \frac{1}{6}n) \alpha^2) 144 \square'.$$

Sezen wir den Durchmesser des Baumes im Frühjahr =  $\delta$  statt 1, so ergibt die Durchführung der obigen Rechnung für den Baum von  $\delta$  Durchmesser einen Bedarf an Flächenraum

$$\left( \delta^2 + \frac{n+1}{n} \alpha \delta + \left( \frac{1}{2} \delta + \frac{1}{6} \frac{1}{n^2} \right) \alpha^2 \right) 144.$$

Betrachten wir nun näher die Entstehung des Koeffizienten von  $\alpha$ .

Wir fanden denselben für die einzelnen Zeitabschnitte, indem wir zum letzten Gliede  $n$  das erste Glied 1 der Reihe  $(1, 2, 3, \dots, n) \frac{2}{n}$  addirten, dann zuerst mit der halben Zahl der Glieder und hierauf mit dem 2. Faktor  $\frac{2}{n}$  multiplizirten.

Nun ist aber  $n$  eine unbestimmte Zahl, die wir uns so groß denken können, als wir wollen. Die Größe des Zeitabschnitts, welchen wir in der arithmetischen Reihe als erstes Glied annehmen und bei dem obigen Verfahren zum letzten Gliede addiren, ist also ganz und gar abhängig von der Größe von  $n$  und beträgt z. B. für  $n = 1000$  den tausendsten Theil eines Sommers.

Dieser Zeitabschnitt ist aber ein von uns selbst gemachter Einschnitt, der in der Natur gar nicht stattfindet, denn der tausendste Theil eines Zeitraums, z. B. eines Sommers, besteht selbst wieder aus früheren Zeiträumen.

Um das Gesetz, was die Natur hier befolgt, zu erkennen, dürfen wir keinen von uns selbst gemachten willkürlichen Zeitabschnitt zur Einheit nehmen und zum letzten Gliede addiren. Wir müssten vielmehr das ursprünglich Werdende dem letzten Gliede hinzufügen. Dieses ist aber keine Quantität, sondern eine Qualität, die sich zu einer Größe nicht addiren lässt. Die Größe tritt vielmehr erst dann zum

Vorschein, wenn wir in dem Flusse des Werdens einen Einschnitt machen.

Wir müssen also das erste Glied, insofern es eine Qualität ist, als 0 betrachten, und thun wir dies, so verwandelt sich der Koeffizient von  $\alpha$  aus  $\frac{n+1}{n}$  in  $\frac{n+0}{n} = 1$ .

Dasselbe Resultat ergibt sich, wenn man, wie es in der Analysis des Unendlichen in solchen Fällen geschieht,  $n$  als eine unendlich große, mithin  $\frac{1}{n}$  als eine unendlich kleine Zahl annimmt; denn alsdann wird in dem Koeffizienten von  $\alpha = \frac{n+1}{n} = \frac{n}{n} + \frac{1}{n}$  die unendlich kleine Größe  $\frac{1}{n}$  bei der Addition — nicht aber bei der Multiplikation — als 0 betrachtet und der Koeffizient wird dann gleich  $\frac{n}{n} = 1$ .

Sezen wir  $n = \infty$ , so ist in dem Koeffizienten von  $\alpha^2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{2n} + \frac{1}{6n^2}$  das 2. wie das 3. Glied = 0 und der Koeffizient ist mithin =  $\frac{1}{3}$ .

Demnach ist der Flächenraum, den der Baum, dessen Durchmesser im Frühjahr =  $\delta$  ist, während des ganzen Sommers gebraucht, =  $(\delta^2 + a\delta + \frac{1}{3}a^2) 144$ .

Nachdem wir zur Kenntniß dieser Sätze gelangt sind, können wir zur Berechnung des Ertrags der Durchforstung übergehen.

Da wir annehmen, daß die Bäume während des ganzen Sommers stets den normalen Raum haben, so folgt daraus, daß auch die Durchforstung als stetig forschreitend mit der Zunahme des Durchmessers der Bäume angenommen werden muß.

1. *Zuwachs der einzelnen Bäume.*

Der Durchmesser jedes Baums ist im Anfang des Frühlings . . . =  $\delta$ ;  
im Herbst . . . =  $\alpha + \delta$ ;

Der Inhalt des Baumes ist  
im Frühjahr . . . =  $31 \delta^3$ ;  
im Herbst . . . =  $31 (\delta + \alpha)^3$   
=  $31 (\delta^3 + 3 \alpha \delta^2 + 3 \alpha^2 \delta + \alpha^3)$ .

Zieht man hiervon den  
Inhalt des Baums  
im Frühjahr mit  $31 \delta^3$  ab,  
so ergibt sich ein Zuwachs  
von . . . . . =  $31 (3 \alpha \delta^2 + 3 \alpha^2 \delta + \alpha^3)$ .

2. *Zuwachs der ganzen Waldfläche.*

Der Baum gebraucht, wie wir gefunden haben, während des ganzen Sommers im Durchschnitt einen Raum von  
 $144 (\delta^2 + \alpha \delta + \frac{1}{3} \alpha^2)$ .

Auf der Waldfläche w können also stehen

$\frac{w}{144 (\delta^2 + \alpha \delta + \frac{1}{3} \alpha^2)}$ ; der Zuwachs jedes einzelnen Baumes ist =  $31 (3 \alpha \delta^2 + 3 \alpha^2 \delta + \alpha^3)$ .

Der Gesammtzuwachs aller Bäume ist also

$$\frac{31 w (3 \alpha \delta^2 + 3 \alpha^2 \delta + \alpha^3)}{144 (\delta^2 + \alpha \delta + \frac{1}{3} \alpha^2)}$$

$$= \frac{31 w}{144} \times 3 \alpha.$$

Beispiel. Es sei  $w = 144000$   $\square$  Fuß =  $562,5$   $\square^0$   
 $\alpha = \frac{1}{6}$  Zoll =  $\frac{1}{72}$  Fuß, so ist der Zuwachs des Waldes  
 $= 31 \times \frac{144000}{144} \times \frac{3}{72} = 31000 \times \frac{3}{72} = 1292 \text{ R. F.}$

## 3. Zuwachs des bleibenden Bestandes.

Zu Anfang des Frühlings hat jeder Baum einen Durchmesser von  $\delta$ , einen Inhalt von  $31 \delta^3$  und bedarf eines Raumes von  $144 \delta^2$ .

Auf der Waldfläche  $w$  können also  $\frac{w}{144 \delta^2}$  Bäume stehen.

Der Holzbestand des Waldes ist also

$$\frac{w}{144 \delta^2} \times 31 \delta^3 = \frac{31 w \delta}{144}.$$

Im Herbst am Ende der Vegetationszeit ist der Durchmesser des Baums  $= \delta + \alpha$ , der Inhalt  $= 31 (\delta + \alpha)^3$  und der Raum, den der Baum einnimmt  $= 144 (\delta + \alpha)^2$ .

Auf der Fläche  $w$  können also stehen  $\frac{w}{144 (\delta + \alpha)^2}$  Bäume.

Diese Baumzahl mit dem Inhalt der einzelnen Bäume multipliziert gibt

$$\frac{w}{144 (\delta + \alpha)^2} \times 31 (\delta + \alpha)^3 = \frac{31 w (\delta + \alpha)}{144}.$$

Hievon den Bestand zu Anfang des Frühlings mit  $\frac{31 w \delta}{144}$  abgezogen ergibt einen Zuwachs des bleibenden Bestandes von  $\frac{31 w (\delta + \alpha)}{144} - \frac{31 w \delta}{144} = \frac{31 w}{144} \times \alpha$ .

Den Gesammtzuwachs haben wir  $= \frac{31 w}{144} \times 3 \alpha$  gefunden. Hievon sind im Herbst nur noch vorhanden  $\frac{31 w}{144} \times \alpha$ . Die Durchforstungen haben also hinweggenommen

$$\frac{31 w}{144} \times 3 \alpha - \frac{31 w}{144} \times \alpha = \frac{31 w}{144} \times 2 \alpha.$$

Wir erhalten hier also das höchst merkwürdige Resultat, daß beim normalen Stand der Bäume der Ertrag der Durchforstung an Holzmasse das Doppelte des Zuwachses des bleibenden Bestandes beträgt.

Beispiel: Es sei  $\delta = 1$  Fuß  $\alpha = 1/72$  Fuß  $w = 1440000$   $\square' = 5625$   $\square^0$ .

Der Raum, den der Baum während des ganzen Sommers bedarf  $= (\delta^2 + \alpha \delta + 1/3 \alpha^2) 144$  beträgt für diese Zahlenwerthe der Buchstaben  $144 \times 1,014 \square'$ .

Auf der Waldfläche können demnach stehen

$$\frac{1440000}{144 \times 1,014} = 9862 \text{ Bäume.}$$

Der Baum, welcher im Frühjahr einen Fuß im Durchmesser hat, wächst im Lauf des Sommers bis zu  $1\frac{1}{72}$  Fuß Durchmesser und sein Inhalt wächst von  $31 \times 1^3 = 31$  R. F. bis  $31 (\frac{73}{72})^3 = 32,31$  R. F.

Der Zuwachs des Baums beträgt also  $32,31 - 31 = 1,31$  R. F. Dies gibt den Gesammtzuwachs für 9862 Bäume, die während des ganzen Sommers den normalen Raum haben  $= 9862 \times 1,31 = 12919$  R. F.

Durch die stetig fortgesetzte Durchforstung sind im Lauf des Sommers so viele Bäume weggemommen, als zur Schaffung des normalen Raums erforderlich ist. Im Herbst ist für den Baum von  $1\frac{1}{72}$  Fuß Durchmesser der normale Raum  $= 144 (\frac{73}{72})^2 = 144 \times \frac{5329}{5184}$ . Auf der ganzen Waldfläche können also stehen  $\frac{1440000}{144 \times \frac{5329}{5184}} = 9728$  Bäume.

Der Inhalt des Baums ist im Herbst  $= 32,31$  R. F.

Der bleibende Bestand ist also  $9728 \times 32,31 = 314311 = =$

Im Frühjahr war der Bestand  $\dots = 310000 = =$

Der Zuwachs des bleibenden Bestandes

beträgt  $\dots = 4311$  R. F.

Der Gesammtzuwachs ist  $\dots = 12919 = =$

Vermittelst der Durchforstungen sind also hinweggenommen 8608 R. F.

(Dass hier der Durchforstungsertrag nicht ganz genau das Doppelte der Zunahme des bleibenden Bestandes beträgt, röhrt allein von der Rechnung mit Dezimalzahlen her.)

Einfacher und leichter zu übersehen ist die Rechnung, wenn man annimmt, dass die Durchforstung nicht stetig während des Sommers, sondern im Herbst auf einmal vorgenommen wird. Alsdann sind auf der genannten Waldfläche im Herbst noch 10000 Stämme à 32,31 R. F. vorhanden.

Der ganze Holzbestand ist also = 323100 R. F.

Im Frühjahr war der Bestand = 310000 = =

Der Gesammtzuwachs beträgt also 13100 R. F.

Erhalten nun die Bäume vermittelst der Durchforstung im Herbst den normalen Raum, so finden — wie oben berechnet ist, nur 9728 Bäume Platz, und es müssen folglich 272 Stämme weggenommen werden. Der Durchforstungsertrag ist dann  $272 \times 32,31 \dots \dots \dots = 8789$  R. F. der Gesammtzuwachs ist . . . . . = 13100 = = davon bleiben im Walde . . . . . = 4311 = =

Der Zuwachs an bleibendem Bestand verhält sich also zum Durchforstungsertrag wie

$$4311 : 8789 = 100 : 204.$$

Hier beträgt also der Ertrag aus der Durchforstung noch über  $\frac{2}{3}$  des Gesammtzuwachses.

Diese Rechnung entbehrt aber der mathematischen Richtigkeit; denn wenn die Bäume nur im Frühjahr den normalen Abstand haben, im Lauf des Sommers aber bei zunehmendem Durchmesser zu gespannt stehen, so können sie auch nicht den hier berechneten Zuwachs erlangen. Diese Rechnungsform ergibt auch für Bäume von verschiedenem

Durchmesser ein verschiedenes Verhältniß zwischen dem bleibenden Zuwachs und dem Durchforstungsertrag. Aus ihr kann daher auch nicht das in der Natur obwaltende Gesetz erkannt werden, während der aus der Buchstabenrechnung hervorgegangene Satz eine allgemeine Gültigkeit hat.

Nimmt man aber den Raum, den der Baum in der Mitte des Sommers statt im Frühling gebraucht, zur Basis, so weichen beide Rechnungsformen im Resultat nur unerheblich von einander ab.

---

§. 17.

**Kritik.**

Den wesentlichen Inhalt des vorstehenden § habe ich schon im Jahre 1828 aufgefaßt und niedergeschrieben.

Das Resultat dieser Untersuchung war für mich aber so überraschend und stand in so grellem Widerspruch mit der Praxis und den Ansichten bewährter Forstmänner, daß ich einen Irthum in den Schlüßfolgen vermutete und dem Resultat selbst keinen Glauben schenkte.

Da es mir damals an Muße zu einer erneuerten Prüfung fehlte, so blieb diese Untersuchung ganz ruhen, und war für mich fast in Vergessenheit gerathen.

In neuerer Zeit wurde ich aber veranlaßt, mir Klarheit über den Werth der Holzbestände von verschiedenem Alter und über die Rente, welche der Boden durch den Anbau von Kiefern gewährt, zu verschaffen. Die Bodenrente hängt aber wesentlich von der Umltriebszeit und dem Ertrage der Durchforstungen ab. Die fortgeföhrte Untersuchung ergab aber sehr bald, daß die vortheilhafteste Umltriebszeit

selbst wiederum abhängig sei von dem Ertrag der Durchforstungen — und dieser Gegenstand wurde dadurch zum Angelpunkt der Untersuchung.

Da es mir aber an Daten über den Ertrag der Durchforstung fehlt, und ich keine Autorität kenne, der ich in dieser Beziehung folgen kann, so mußte ich mich damit begnügen, für den Ertrag der Durchforstungen im Verhältniß zum bleibenden Bestand verschiedene Sätze hypothetisch anzunehmen, um durch Vergleichung der Einwirkung verschiedenartiger Durchforstungen auf die Umtriebszeit und die Bodenrente der Wahrheit näher zu kommen.

So entstand der vorliegende erste Abschnitt. Aber jedes tiefere Eindringen in den Gegenstand führte zu Fragen, die durch die hypothetischen Sätze nicht gelöst werden können, und mit jedem weiteren Schritt zeigte sich immer klarer das Bedürfniß nach der Kenntniß des Gesetzes, was hierüber in der Natur obwaltet.

Unwillkührlich ward ich dadurch zu meiner früheren Untersuchung vom Jahr 1828 zurückgeführt.

Mit aller Sorgfalt habe ich nun das damals Niedergeschriebene einer wiederholten Prüfung unterzogen; aber es ist mir nicht gelungen in den Schlußfolgen selbst den vermeinten Irthum zu entdecken.

Ich muß es deshalb Andern überlassen, den Versuch zu machen in den Schlußfolgen eine Inkonsistenz nachzuweisen.

Gelingt dies aber nicht, so muß die Kritik sich gegen die Nagelschen Sätze wenden, die unserm Kalkül — soweit dieser nicht mit Buchstaben, sondern mit Zahlen geführt ist — zum Grunde liegen, und deren Richtigkeit ich allerdings nicht verbürgen kann, um es zur Entscheidung zu bringen, ob das gefundene Resultat, oder die vorherrschende Ansicht eine Unwahrheit sei.

Zu diesem Zweck wenden wir uns nun zu der Frage, ob und inwieferne eine Modification der Nagelschen Sätze auf das Hauptresultat unserer Untersuchung:

beim normalen Abstand der Bäume untereinander beträgt der Holzertrag der Durchforstungen  $\frac{2}{3}$  des Gesammtzuwachses  
einen Einfluß ausübt.

Der erste Nagelsche Satz, nach welchem der Abstand der Bäume untereinander das 12-fache ihres Durchmessers betragen muß, wenn die Waldfläche den höchsten Zuwachs liefern soll — bedarf sicherlich noch einer vielfachen Prüfung.

Wir haben demnach zu untersuchen, ob für eine andere Abstandszahl als 12, das Gesetz, wovon hier die Rede ist, eine Abänderung erleidet.

Sezen wir nun, um hierüber Auskunft zu erhalten, in die obige Rechnung  $r$  statt 12 für die Abstandszahl und  $r^2 \delta^2$  statt  $144 \delta^2$  für den normalen Raum, so erhalten wir für den Gesammtzuwachs die Formel  $\frac{31 w}{r^2} \times 3 \alpha$ ; und für den Zuwachs des bleibenden Bestandes die Formel  $\frac{31 w}{r^2} \times \alpha$ . Was von dem Gesammtzuwachs nicht in den bleibenden Bestand übergeht, ist Ertrag der Durchforstung, und dieser beträgt hier also  $\frac{31 w}{r^2} \times 2 \alpha$ .

Wir erhalten also wieder das Resultat, daß die Durchforstung  $\frac{2}{3}$  des Gesammtzuwachses, oder das Doppelte des Zuwachses des bleibenden Bestandes liefert. Da nun  $r$  so wohl 10 als 15 oder jede andere Zahl, welche der Forderung, daß der Wald den höchsten Zuwachs liefert, entspricht, bedeuten kann: so folgt daraus, daß das gefundene Gesetz unabhängig davon ist, welche Zahl man bei weiterer Prüfung für den normalen Abstand als die richtige erkennen mag.

Aus dem zweiten Nagelschen Satz, wornach die Zunahme des Durchmessers der Bäume in arithmetischer Progression erfolgt, läßt sich der dritte Nagelsche Satz, daß die Zunahme des Holzbestandes der ganzen Waldfläche in arithmetischer Progression statt findet, ableiten, wie nachstehende Darstellung zeigt.

Wenn der regelmäßige jährliche Zuwachs der Bäume im Durchmesser  $= \alpha$ , die normale Abstandszahl  $= r$ , und der Durchmesser der Bäume im Frühling des  $n$  Jahres ihres Alters  $= \delta$  ist, so können, wie im vorigen §. gezeigt ist, auf der Waldfläche  $w$  stehen  $\frac{w}{r^2 \delta^2}$ . Der Inhalt jedes Baumes ist (§. 15)  $= 31 \delta^3$ , und der Holzbestand ist  $= \frac{w}{r^2 \delta^2} \times 31 \delta^3 = \frac{31 w \delta}{r^2}$ .

Im Frühjahr des  $n + 1$  Jahres haben die Bäume einen Durchmesser von  $\delta + \alpha$  und auf der Fläche  $w$  können stehen  $\frac{w}{r^2 (\delta + \alpha)^2}$ ; der Inhalt jedes Baumes ist dann  $= 31 (\delta + \alpha)^3$ , und der Holzbestand ist  $= \frac{w}{r^2 (\delta + \alpha)^2} \times 31 (\delta + \alpha)^3 = \frac{31 w (\delta + \alpha)}{r^2}$ . Im Frühling des  $n$  Jahres war der Bestand  $= \frac{31 w \delta}{r^2}$ ; dieser Bestand abgezogen gibt den Zuwachs des  $n$  Jahres (wie im vorigen §.)  $= \frac{31 w}{r^2} \times \alpha$ .

Im Frühjahr des  $n + 2$  Jahres ist der Durchmesser der Bäume  $= \delta + 2 \alpha$ , der Inhalt der Bäume  $= 31 (\delta + 2 \alpha)^3$ .

Auf der Waldfläche  $w$  können stehen  $\frac{w}{r^2 (\delta + 2 \alpha)^2}$  Bäume.

Der Holzbestand ist also  $\frac{w}{r^2(\delta + 2\alpha)^2} \times 31(\delta + 2\alpha)^3$   
 $= \frac{31w(\delta + 2\alpha)}{r^2}$ . Hier von den Bestand des  $n + 1$   
 Jahres abgezogen mit  $\frac{31w}{r^2}(\delta + \alpha)$  ergibt für das  $n + 1$   
 Jahr einen Zuwachs von  $\frac{31w}{r^2} \times \alpha$ .

Der Zuwachs im  $n + 1$ . Jahr ist also eben so groß als im  $n$ . Jahr, und wie sich leicht übersehen lässt, würde die Fortführung der Rechnung für das  $n + 2$ .,  $n + 3$ . Jahr u. s. w. immer dasselbe Resultat ergeben.

Der bleibende Holzbestand der Waldfläche wächst also im direkten Verhältniß mit der Zunahme des Durchmessers der einzelnen Bäume.

Der Nagelsche Satz, daß der bleibende Holzbestand des Waldes in arithmetischer Progression wächst, wird aber bei vielen Forstmännern Widerspruch finden, indem sie sich auf die Thatssache berufen können, daß sie in der Wirklichkeit diesen Satz nicht bestätigt gefunden haben.

Herr Obersörfster Nagel behauptet dagegen, daß da, wo die Erfahrung diesem Satz nicht entspricht, Fehler in der Durchforstung gemacht sind.

Wer hat nun Recht?

Bergleichen wir hiemit die Angaben des würdigen Veterans der Forstwissenschaft — des Herrn Oberforst-  
 raths Cotta.

Derselbe gibt in seinen Tafeln zur Bestimmung des Inhalts und Zuwachses ganzer Bestände S. 41 den Bestand der Kiesernwaldung auf der 10., d. i. besten Boden-  
 klasse vom sächsischen Acker folgendermaßen an:

|                              | Holzbestand<br>K. f. | Zuwachs<br>K. f. |
|------------------------------|----------------------|------------------|
| Im Alter von 20 Jahr . . . . | 2940                 |                  |
| 21 = . . . .                 | 3123                 | 183              |
| 30 = . . . .                 | 4850                 |                  |
| 31 = . . . .                 | 5053                 | 203              |
| 40 = . . . .                 | 6950                 |                  |
| 41 = . . . .                 | 7166                 | 216              |
| 50 = . . . .                 | 9150                 |                  |
| 51 = . . . .                 | 9374                 | 224              |
| 60 = . . . .                 | 11350                |                  |
| 61 = . . . .                 | 11564                | 214              |
| 70 = . . . .                 | 13450                |                  |
| 71 = . . . .                 | 13654                | 204              |
| 80 = . . . .                 | 15450                |                  |
| 81 = . . . .                 | 15644                | 194              |
| 90 = . . . .                 | 17350                |                  |
| 91 = . . . .                 | 17534                | 184              |
| 100 = . . . .                | 19150                |                  |
| 101 = . . . .                | 19324                | 174              |
| 110 = . . . .                | 20820                |                  |
| 111 = . . . .                | 20978                | 158              |
| 120 = . . . .                | 22320                |                  |
| 121 = . . . .                | 22460                | 140              |

Hier ist also der Zuwachs der Bäume im jüngern Alter steigend, im späteren aber fallend.

Cotta selbst aber gesteht ein (Waldbau 4. Auflage S. 106), daß er erst sehr spät zur Erkenntniß und Anwendung richtiger Durchforstungsregeln gelangt sei. Es ist deshalb sehr wahrscheinlich, daß seine Beobachtungen, wonach seine Ertragstafeln entworfen sind, sich auf Bestände gründen, die mangelhaft durchgeforscht sind. Für die ältern Bestände aber steigert sich diese Wahrscheinlichkeit, da die Durchforstungs-Principien erst in neuerer Zeit zur Sprache gekommen sind, und es vielleicht gar keine alten Bestände gibt, die von ihrer ersten Jugend an richtig behandelt sind.

Können nun auch die Abweichungen der Cottaschen Tafeln von den Nagelschen Sätzen nicht als Beweis gegen diese dienen, so ist damit doch die Richtigkeit der Nagelschen Sätze nicht erwiesen.

Wir müssen deshalb untersuchen, ob und inwiefern das Resultat unserer Untersuchung von diesen zum Grunde gelegten Sätzen abhängig ist.

Zu diesem Zweck nehmen wir — den Cottaschen Sätzen analog — an, daß der Zuwachs anfangs steigt, dann seinen höchsten Punkt erreicht und von da an wieder sinkt.

Für das Alter der Bäume von  $n$  Jahr sei die Zunahme des Durchmessers  $= \alpha$ . Fällt nun dies Alter in den Zeitraum, wo der Zuwachs steigend ist, so ist die Zunahme des Durchmessers größer als  $\alpha$ . Fallen aber die  $n$  Jahre in den Zeitraum, wo der Zuwachs abnimmt, so ist die Zunahme des Durchmessers kleiner als  $\alpha$  oder  $= (1 - t) \alpha$ . Beide Fälle aber werden erfaßt und sind vereint in dem Ausdruck  $(1 \pm t) \alpha$ .

Setzen wir nun in die Zuwachs berechnung des vorigen Paragraphen überall  $(1 \pm t) \alpha$  statt  $\alpha$  und  $r^2 \delta^2$  statt  $144 \delta^2$ , so ergibt die durchgeführte Rechnung folgende Resultate:

$$1) \text{ der Gesammtzuwachs ist } = \frac{31 w}{r^2} (1 \pm t) 3 \alpha,$$

$$2) \text{ der Zuwachs des bleibenden Bestandes ist } = \frac{31 w}{r^2} (1 \pm t) \alpha.$$

Das Verhältniß zwischen beiden ist also wie

$$\frac{31 w}{r^2} (1 \pm t) 3 \alpha : \frac{31 w}{r^2} (1 \pm t) \alpha \\ = 3 : 1.$$

Das Verhältniß bleibt also gerade so, wie wir es im vorigen § gefunden haben, und damit ist nachgewiesen, daß die Richtigkeit des Gesetzes — wonach bei der normalen Durchforstung der Holzertrag derselben das Doppelte des Zuwachses des bleibenden Bestandes beträgt — von der Richtigkeit der Nagelschen Sätze unabhängig ist.

Von dieser Seite ist also das Resultat unserer Untersuchung nicht anzugreifen. Kann aber dargethan werden, daß der Raum, den die Bäume bedürfen, wenn sie von der ganzen Waldfläche den höchsten Zuwachs liefern sollen, mit dem Durchmesser der Bäume in gar keinem Verhältniß steht, so stürzt dasselbe zusammen.

Der Maassstab für den normalen Raum kann aber doch nur von dem Baum selbst genommen werden, und wenn der Durchmesser desselben nicht dazu dient, so kann wohl nichts anders als die Holzmasse des Baums den Maassstab abgeben.

Wir wollen nun als Hypothese annehmen, daß der Raum, den jeder Baum bedarf, wenn die Waldfläche den höchsten Zuwachs liefern soll, im direkten Verhältniß mit der Holzmasse des Baums stehe.

Der Baum, welcher  $31\delta^3$  R.-F. enthält, bedarf einen Raum von  $r^2 \square'$ .

Auf einen R.-F. Holzmasse fällt also ein Raum von  $\frac{r^2 \square'}{31\delta^3}$ .

Während eines Sommers wächst der Durchmesser des Baums von  $\delta$  bis  $\delta + \alpha$  und der Inhalt desselben von  $31\delta^3$  auf  $31(\delta + \alpha)^3$ . Da nun ein Kubifuß Holzmasse  $\frac{r^2}{31\delta^3} \square'$  Raum erfordert, so bedarf im nächsten Jahr der Baum von  $31(\delta + \alpha)^3$  R.-F. Inhalt einen Raum von  $31(\delta + \alpha)^3 \times \frac{r^2}{31\delta^3}$ .

Auf der Waldfläche w können also stehen:

$$w : 31(\delta + \alpha)^3 \frac{r^2}{31\delta^3} = \frac{w\delta^3}{r^2(\delta + \alpha)^3} \text{ Bäume.}$$

Jeder Baum hat einen Inhalt von  $31(\delta + \alpha)^3$ , der Holzbestand des Waldes ist also  $\frac{31w\delta^3}{r^2}$ .

Vergleicht man hiemit den Holzbestand des Waldes im Frühjahr, so ergibt sich die Größe des Zuwachses des bleibenden Bestandes.

Im Frühjahr ist der Inhalt des Baumes  $31\delta^3$ ; der Raum, den der Baum gebraucht,  $= r^2 \square'$ . Auf der Fläche w können also stehen  $\frac{w}{r^2}$  Bäume. Die Holzmasse des Waldes ist also  $= \frac{w}{r^2} \times 31\delta^3 = \frac{31w\delta^3}{r^2}$ .

Für das nächste Jahr haben wir den Holzbestand gefunden gleich  $\frac{31w\delta^3}{r^2}$ , also gerade so groß wie im vorhergehenden Frühjahr.

Es ergibt sich hieraus, daß, wenn die Holzmasse des Baums Maasstab für den Raum, den der Baum bedarf,

wäre, der gesamte Zuwachs in jedem Jahr durch die Durchforstungen hinweggenommen werden müßte und daß keine Vermehrung des Holzbestandes des Waldes stattfände, was eine Absurdität ist.

Beispiel: Es sei  $\delta = 1$ ,  $\alpha = 1/72$ ,  $r = 12$  Fuß und  $w = 1440000 \square'$ .

Alsdann ist der Inhalt des Baums  $31\delta^3 = 31\text{ R.-F.}$ . Der Baum gebraucht einen Raum von  $144\text{ }\square'$ . Auf einen R.-F. Holzmasse fallen also  $144/31 = 4,645\text{ }\square'$  Raum.

Der Baum von 1 Fuß Durchmesser im Frühjahr hat im Herbst eine Stärke von  $1\frac{1}{72}$  Fuß und einen Inhalt von  $31 (7\frac{3}{72})^3 = 32,31 \text{ k. f.}$  Der Raum, den derselbe bedarf, beträgt dann  $32,31 \times 4,645 = 150,1 \text{ m}^3$ . Auf der Fläche von 1440000 m<sup>2</sup> können dann stehen  $\frac{1440000}{150,1} = 9595$  Bäume.

Im Frühjahr war der Holzbestand  
10000 × 31 R.-F. . . . . 310000 R.-F.

Der Holzbestand ist also im Herbst und Frühjahr gleich groß, welches eine Durchforstung, die den ganzen Zuwachs hinwegnimmt, voraussetzt.

Es ergibt sich hieraus allgemein, daß, wenn der normale Raum, den der Baum gebraucht, in allen Altersstufen sich nach seiner Holzmasse richtete, der ganze Zuwachs des Waldes vermittelst der Durchforstung hinweggenommen werden müßte und der Holzbestand des Waldes stets derselbe bliebe.

Nähme man dagegen den Holzbestand eines Waldes, der mit Bäumen von einer gewissen Stärke, z. B. ein Fuß Durchmesser, besetzt ist, als den Normalbestand an, so fände

in den späteren Jahren nur ein Zuwachs an den bleibenden Bäumen statt, der gleich der Holzmasse wäre, die in den ausgehauenen Stämmen enthalten war. Aber die jüngern Schläge hätten dann überall nicht den normalen Holzbestand, und da jedes Hinwegnehmen von Stämmen noch weiter von dem normalen Bestand entfernt, so dürfte in den jüngern Beständen gar keine Durchforstung stattfinden, und diese müßten allen Gräueln der Verwüstung, die durch den Kampf der Bäume um den erforderlichen Raum entsteht, Preis gegeben werden.

Führt nun die aufgestellte Hypothese zu solchen Absurditäten und Widersprüchen, so muß sie als nichtig verworfen werden.

Da aber in dem Baum selbst das Merkmal für den Raum, den er bedarf, enthalten sein muß, so bleibt nichts anders übrig, als zu der Annahme, daß der Durchmesser des Baums Maßstab für den normalen Abstand und den Bedarf an Flächenraum sein muß, zurückzukehren.

---

Läßt sich nun auch der Satz, daß die Durchforstungen  $\frac{2}{3}$  des Zuwachses hinwegnehmen müssen, als Axiom der Forstwissenschaft erweisen, so wird doch der bloße Praktiker sagen:

„Was nützt mir die Kenntniß eines Gesetzes, welches auf lauter Voraussetzungen beruht, die in der Wirklichkeit nirgends stattfinden? Hier sind Bäume von gleicher Stärke und gleichem Wuchs, die alle, ohne irgend eine Waldblöße, gleichen Abstand von einander haben, vorausgesetzt; hier sind stetig fortgesetzte Durchforstungen angenommen, während diese in der Praxis erst nach Perioden von mehreren Jahren wiederkehren können. Welche Anwendungen kann

ich nun von solchen auf lauter ideale Zustände gebauten Untersuchungen machen?"

Ich erwiedere hierauf:

Diese auf Erforschung der beim Waldbau obwaltenden Naturgesetze gerichteten Untersuchungen verhalten sich zu der praktischen Forstwirthschaft, wie die reine Geometrie zur angewandten.

Die reine Geometrie beruht auf lauter Fiktionen, sie nimmt Punkte ohne Ausdehnung, Linien ohne Breite an, die in der Wirklichkeit nirgends zu finden sind. Dennoch aber ist sie die unantastbare Grundlage der praktischen Geometrie und diese würde ohne jene ein bloßes Herumtappen sein.

---

### § 18.

Bodenrente und vortheilhafteste Umltriebszeit,  
wenn nur  $\frac{1}{3}$  des Zuwachses in den bleibenden Bestand  
übergeht.

In diesem Fall werden  $\frac{2}{3}$  des jährlichen Zuwachses, also  $\frac{2}{3} \times 150 = 100 \text{ R.-\text{f.}}$  vermittelst der Durchforstung hinweggenommen. Hiervon bilden nur die Schläge vom 5 bis 10jährigen Alter, eine Ausnahme, indem in diesen der jährliche Zuwachs nicht 150, sondern nur 100 R.-\text{f.} beträgt, wovon 50 R.-\text{f.} in den bleibenden Bestand übergehen, und 50 R.-\text{f.} der Durchforstung anheimfallen.

Nach § 3 ist, wenn die jährliche Zunahme des Holzbestandes 100 R.-\text{f.} pr. Waldmorgen beträgt, der Holzwerth des  $x + 5'$  Schlagess = . . . . .  $3x^2 + 15x$ ,

und der Holzwerth aller Bestände vom 1. bis  $x + 5'$  Schlagess . . . .  $x^3 + 9x^2 + 8x$ .

Wenn aber, wie hier der Fall ist, die jährliche Zunahme des Bestandes statt 100 R.-T. nur 50 R.-T. beträgt, so sinken beide Werthe auf die Hälfte herab.

Der Ertrag der Durchforstung geht aus folgender Berechnung hervor.

a. Wenn das Durchforstungsholz pr. R.-T. gleichen Werth mit dem Bestande hätte.

Mit Ausnahme der Schläge von 5 bis 10jährigem Alter der Bäume liefert der Wald an Durchforstungsholz jährlich 100 R.-T. pr. Waldmorgen.

Im § 3 haben wir für einen Zuwachs des Bestandes von 100 R.-T. jährlich den Werth des Abtriebschlages gefunden  $= 3x^2 + 15x$ .

Überblicken wir nun die Schläge vom 1 bis x + 5jährigen Alter, so sehen wir, daß der Werth des Abtriebschlages hervorgeht aus der Summe des Werthzuwachses aller Schläge.

Lieferte nun jeder Schlag einen jährlichen Durchforstungsertrag von 100 R.-T., also ebensoviel, wie der Zuwachs des Bestandes, so müßte auch der Werth aller Durchforstungen gleich dem Werth des Abtriebschlages, also  $= 3x^2 + 15x$  sein. Da aber die Schläge vom 6 bis 10jährigen Alter einen geringern Zuwachs liefern, als die älteren, und der Ertrag der Durchforstungen aus denselben nicht 100, sondern nur 50 R.-T. ist, so muß dafür die Hälfte des Werths des 10jährigen Bestandes, welcher (nach § 3) 150 beträgt, in Abzug gebracht werden.

Demnach verbleibt für die Durchforstung ein Ertrag von  $3x^2 + 15x - 75$ .

b. Wenn das Durchforstungsholz pr. R.-T. nur  $\frac{2}{3}$  des Werths des bleibenden Bestandes hat.

Da diese Annahme unserer Untersuchung zum Grunde liegt, so müssen wir von dem (in a) berechneten Ertrag  $\frac{1}{3}$

abziehen, und wir erhalten demnach für den Werth aller Durchforstungen den Ausdruck

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3}(3x^2 + 15x - 75) \\ & = 2x^2 + 10x - 50 \end{aligned}$$

Durch diese Positionen sind wir nun in den Stand gesetzt, für den Fall, daß

- 1) der Gesammtzuwachs 150 R.-J. beträgt,
- 2) der bleibende Bestand jährlich um 50 R.-J. wächst,
- 3) die Durchforstung jährlich 100 R.-J. pr. Waldmorgen liefert,

eine allgemeine Formel für die Größe der Bodenrente darzustellen.

#### Einnahme.

- 1) Aus dem Abtriebsschlage . . .  $1,5x^2 + 7,5x$
- 2) Aus der Durchforstung . . .  $2x^2 + 10x - 50$   
zusammen  $3,5x^2 + 17,5x - 50$ .

#### Ausgabe.

- 1) Zinsen vom Werth aller Holzbestände =  
 $0,5x^3 + 4,5x^2 + 4x$   
zu 4 pCt. macht . . .  $0,02x^3 + 0,18x^2 + 0,16x$
- 2) Besamungskosten von  
130 □ à 2 fl. . . . . 260
- 3) Administrations- und  
Aufsichtskosten v. x + 5  
Waldmorgen à 8 fl. . . . .  $8,00x + 40$   
Ausgabe  $0,02x^3 + 0,18x^2 + 8,16x + 300$ .

Nach Abzug dieser Ausgabe von der Einnahme ergibt sich eine Bodenrente von . . . . .  $-0,02x^3 + 3,32x^2 + 9,34x - 350$ .

Setzen wir nun für  $x$  nach und nach die Werthe 50, 60, 70 u. s. w., so erhalten wir die nachstehenden Resultate:

| Für den Umltrieb      | beträgt die Bodenrente<br>pr. Waldmorgen |
|-----------------------|------------------------------------------|
| von 55 Jahr . . . . . | 107,6 fl.                                |
| = 65 = . . . . .      | 120,6 =                                  |
| = 75 = . . . . .      | 129,5 =                                  |
| = 85 = . . . . .      | 134,2 =                                  |
| = 93 = . . . . .      | 135 =                                    |
| = 95 = . . . . .      | 134,7 =                                  |
| = 105 = . . . . .     | 131,3 =                                  |

Es ergibt sich hieraus, daß die höchste Bodenrente beim Umltrieb von 93 Jahr statt findet.

### Vergleichung.

| Wenn die Durchforstung vom jährlichen Zuwachs hinwegnimmt. | Vortheilhafteste Umltriebszeit.<br>Jahr. | Bodenrente<br>pr. Waldmgn.<br>fl. |
|------------------------------------------------------------|------------------------------------------|-----------------------------------|
| Ein Drittel . . . . .                                      | 55                                       | 78,8                              |
| Die Hälfte . . . . .                                       | 67                                       | 97,1                              |
| Zwei Drittel . . . . .                                     | 93                                       | 195                               |

Es zeigt sich hier in einem auffallenden Grade, wie mit der stärkern Durchforstung der Reinertrag des Waldbodens zunimmt, die vortheilhafteste Umltriebszeit sich verlängert, und somit auch die Erzeugung des stärkeren Bauholzes vortheilhaft wird.

Bei allen bisherigen Untersuchungen haben wir aber nur eine Seite der Durchforstung, nämlich deren Einfluß auf die Bodenrente bei gleichbleibendem Holzzuwachs des Waldes in Betracht gezogen.

Nun aber übt die mit der schwächeren oder stärkeren Durchforstung verbundene geringere oder größere Lichtstellung der Bäume nicht blos auf den Zuwachs des Durchmessers der einzelnen Stämme, sondern auch auf den Gesammtzuwachs des Waldes einen gleichen Einfluß aus.

Bermögen wir aber nicht, diese Einwirkung der Durchforstung auf den Zuwachs dem Kalkül zu unterwerfen, so bleibt die Lösung der gestellten Aufgabe eine unvollendete.

Mit dem Versuche zu einer solchen Lösung betreten wir nun die Schwelle einer neuen verwickelten Untersuchung.

## Dritter Abschnitt.

---

### § 19.

In welchem Verhältniß steht der Zuwachs des Baums  
zu dem Raum, der ihm gegeben wird?

Wir haben zuvörderst bei dieser Frage den Raum, den der Baum von gegebenem Durchmesser mit seinen Wurzeln zu durchdringen vermag, in Betracht zu ziehen.

Als vor mehreren Jahren hier die Erde zum Befahren einer Wiese in der Nähe der am Wege stehenden Kropf- (Kopfholz-) Weiden (*Salix alba*) weggenommen wurde, bemerkte ich sehr deutlich die Wurzeln der Weiden in einer Entfernung von 4 Ruthen von der Baumreihe. Ein anderer will sogar die feinen Saugwurzeln schon in einer Entfernung von 6 Ruthen von den Bäumen wahrgenommen haben. Auf der andern Seite der Baumreihe liegt eine Landstraße, die durch einen Graben von den Bäumen getrennt ist. Die Bäume selbst, welche ca. 9 Zoll im Durchmesser hielten, stehen 16 Fuß auseinander. Nehmen wir nun auch an, daß die Bäume nach dem Wege hin gar keine Wurzeln getrieben haben, so ist doch der Flächenraum, den jeder Baum benutzt  $= 1 \times 4 = 4 \square^0 = 1024 \square'$ . Das Quadrat des Durchmessers oder  $\delta^2$  ist hier  $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16} \square'$ . Die von den Wurzeln durchdrungene Fläche beträgt also  $1024 : \frac{9}{16} = 1820 \delta^2$ .

Wären die Weiden nicht alle 3 Jahre gekröpft, so würden die Stämme wahrscheinlich bedeutend stärker, die Wurzelausbreitung vielleicht aber nicht größer gewesen sein.

Das Vermögen der Wurzelausbreitung ist aber nicht bei allen Baumgattungen gleich, und namentlich bei der Kiefer und der Birke kleiner als bei der Weide, während die kanadensische Pappel die Weide hierin noch übertrifft.

In Bezug auf die Birke habe ich hier aber folgende Beobachtung gemacht.

In dem hiesigen Garten ist ein 12 Fuß breiter Gang an beiden Seiten mit 16 Fuß von einander entfernten Birken besetzt, welche durchschnittlich eine Stärke von  $7\frac{1}{2}$  Zoll =  $\frac{5}{8}$  Fuß haben.

An der andern Seite des Baumgangs stößt ein mit Runkelrüben bepflanztes Stück Land.

Hier stehen nun die Runkelrüben auf einem Streifen von durchschnittlich 16 Fuß Breite sehr kümmerlich, erheben sich dann aber plötzlich zu der Güte der Rüben auf dem ganzen übrigen Stück. Diese schroffe Scheidung ist wohl als ein Beweis anzusehen, daß die Wurzelausbreitung in der Entfernung von 16 Fuß von den Bäumen ihre Grenze hat. Der Flächenraum, den der Baum benutzt, ist also  $(6 + 16) 16 = 22 \times 16 = 352 \square'$ . Das Quadrat des Durchmessers der Bäume ist  $\delta^2 = \frac{5}{8} \times \frac{5}{8} = \frac{25}{64} \square'$ . Die Fläche, in welcher der Baum seine Wurzeln verbreitet hat, ist demnach  $= 352 : \frac{25}{64} = 901 \delta^2$ . Dies gibt beim Stand der Bäume im Quadrat einen Abstand von  $\sqrt{901} \delta^2 = 30 \delta$ . Hiernach würden also die Birken, deren Abstand unter einander das 30fache ihres Durchmessers beträgt, noch den ganzen Flächenraum des Waldes mit ihren Wurzeln durchziehen, und zur Holzerzeugung benutzen können.

Ich habe nicht Gelegenheit gehabt, die Wurzelausbreitung einzeln stehender Kiefern zu beobachten, und nehme in Ermangelung anderer Daten an, daß diese bei der Kiefer und Birke gleich groß sei.

Der Zuwachs der freistehenden Bäume ist bedeutend größer, als der der einzelnen Bäume in geschlossenen Beständen, und sehr bestimmt nehmen wir wahr, daß mit der Abnahme des verhältnismäßigen Raumes auch der Zuwachs der Bäume abnimmt. Wird aber der Abstand der Bäume untereinander stetig kleiner im Verhältniß zu ihrem Durchmesser, so tritt ein Zeitpunkt ein, wo das Wachsthum der Bäume ganz aufhört. Dieser Zeitpunkt, wo der Zuwachs gleich Null wird, tritt aber weit früher ein, ehe der Abstand der Bäume gleich Null wird.

Den Raum nun, den die Bäume einnehmen, wenn wegen des gedrängten Standes ihr Wachsthum aufhört, und ihr Zuwachs gleich Null wird, nenne ich den zum Lebensunterhalt der Bäume erforderlichen Raum.

Eine solche Abnahme des verhältnismäßigen Raums findet statt, wenn in einem Walde mit jungen Bäumen bei zunehmender Stärke der Stämme keine Bäume hinweggenommen werden.

Der absolute Raum, den jeder Baum einnimmt, bleibt dann derselbe, aber der Raum im Verhältniß zum Durchmesser wird stetig geringer.

Denken wir uns nun einen Wald von durchaus gleichförmigem und gleichartigem Boden, in welchem alle Bäume von gleicher Größe, Gesundheit und Lebenskraft sind, und in gleicher Entfernung von einander stehen: so wird beim fernern Wachsen der Bäume, wenn keine Durchforstungen statt finden, zuletzt ein Zeitpunkt eintreten, in welchem die

Bäume nur noch den zu ihrem Lebensunterhalt erforderlichen Raum haben.

Unter den vorausgesetzten Bedingungen werden dann, da das Aufhören des Wachstums der Bäume auch der Tod derselben ist, nicht blos einzelne Stämme, sondern alle Bäume des ganzen Waldes auf einmal absterben.

Wollte Jemand dies bezweifeln und sagen:

„es werden auch hier einzelne Bäume absterben, den andern Bäumen dadurch Raum schaffen, und es wird auch hier, wie wir in der Wirklichkeit überall sehen, der Tod nicht alle Bäume zugleich ereilen.“

so müßte man fragen, welcher Baum leben bleiben, und welcher Baum absterben wird, und da Standpunkt, Abstand Gesundheit und Lebenskraft für alle Bäume gleich groß sind, so würde er keinen Grund anführen können, warum dieser Baum absterben, jener ihm völlig gleiche leben bleiben sollte.

Wir wissen, daß, wenn man für ausgewachsene Thiere das Futter bis auf ein gewisses Quantum vermindert, sie kein Fleisch mehr ansegen, sondern in demselben Zustand beharren, in dem sie sind. Gibt man ihnen dann eine Zulage an Futter, so nehmen sie an Gewicht zu; und diese Zunahme ist allein als Wirkung der Zulage zu betrachten, weil das früher gereichte Quantum weiter nichts bewirkte, als das Leben zu unterhalten.

Gibt man jungen, noch nicht erwachsenen Thieren — Kälbern, Ferkeln u. s. w. — ein Quantum Futter, was für ein gewisses Alter der Thiere zu ihrer Sättigung völlig ausreichend ist, so nehmen diese an Größe und Körperegewicht beträchtlich zu. Mit der Zunahme des Körpers steigt aber auch der Bedarf an Nahrungsmitteln. Reicht man ihnen nun fortwährend das frühere Quantum Nahrung, so mindert sich allmählich das Wachsthum der Thiere und hört zulegt

ganz auf. Dasselbe Quantum Futter, was für die jüngern Thiere zur Sättigung und zum Wachsthum des Körpers ausreichend war, genügt für das ältere und größer gewordene Thier nur noch zum Lebensunterhalt. Für das junge Thier ist aber das Wachsen eine Naturbestimmung, und es ist wahrscheinlich, daß, wenn dieses Wachsen, wegen ungenügender Nahrung, aufhört, dann nicht wie bei den erwachsenen Thieren der beharrende Zustand, sondern der Tod eintritt.

Da es unleugbar ist, daß bei einem gewissen verhältnismäßigen Abstand der Bäume untereinander das Wachsthum derselben aufhört, und die Pflanzennahrung, welche der Baum dann aus dem ihm verbleibenden Bodenraum bezieht, keinen Zuwachs liefert, sondern zum Lebensunterhalt verwandt wird: so findet hier eine unverkennbare Analogie zwischen Thierwelt und Pflanzenwelt statt.

Sezen wir den Abstand der Bäume, bei welchem kein Zuwachs mehr erfolgt =  $m \delta$ , die Fläche, die der Baum dann benutzt =  $m^2 \delta^2$ , so wird, wenn den Bäumen eine Entfernung von  $(m + 1) \delta$  vermittelst der Durchforstung gegeben wird, wieder ein Zuwachs erfolgen, und dieser Zuwachs erscheint dann als Produkt, nicht des ganzen Raums, den der Baum einnimmt, sondern des Zusatzes an Raum, den der Baum erhalten hat.

Das zum Lebensunterhalt erforderliche Quantum Nahrung richtet sich beim Thier nach der Körpermasse desselben, bei dem Baum aber nach dem Quadrat seines Durchmessers. Hierin scheint eine Verschiedenheit zwischen beiden statt zu finden. Erwägt man aber, daß die Wurzelausbreitung nicht blos an der Oberfläche, sondern gleichzeitig auch in der Tiefe statt findet, so sieht man, daß der zur Lebenserhaltung erforderliche Raum ebenfalls im Verhältniß mit der Masse des Baumes steht.

Sezen wir diese Vergleichung nun noch weiter fort.

Wenn eine Kuh von 600 Pfund Körpergewicht täglich 12 Pfund Heu oder dessen Äquivalent zur Lebensunterhaltung bedarf, und bei voller Sättigung 20 Pfund Heu verzehrt, so nimmt man an, daß die Zulage des 13., 14., 15., 16., 17., 18., 19. und 20. Pfundes einen immer gleichen Zuwachs an animalischen Erzeugnissen, wie Milch, Fleisch &c. bewirkt.

Hierin findet nun zwischen Thieren und Bäumen eine wesentliche Verschiedenheit statt.

Die dem Thiere dargebotene Zulage kommt in dessen unmittelbaren Bereich und kann von demselben ganz und gar verzehrt und genutzt werden.

Dem Baum im Walde kann dagegen eine Zulage an Nahrung nicht unmittelbar in der Nähe des Stammes, sondern nur in weiterer Entfernung durch Vergrößerung des Raumes für die Wurzelverbreitung ertheilt werden, und diese in größerer Entfernung dargebotene Pflanzennahrung können die Bäume sich nicht im gleichen Maas wie die näher gelegene, aneignen.

Die Hauptwurzeln des Baumes verbreiten sich, wenn auch nicht in graden Linien, doch in ihrer Richtung strahlenförmig, entfernen sich also in dem Maas mehr von einander, als sie sich weiter vom Stamm ausdehnen, und sie können dann mit ihren feinen Saugwurzeln die Erde nicht so durchziehen, und die im Boden enthaltene Nahrung nicht in dem Verhältniß sich aneignen, wie in der Nähe des Stammes.

Zieht man mit einem um den Betrag des Durchmessers des Baums wachsenden Radius konzentrische Kreise um den Stamm, so bilden sich konzentrische Ringe, deren Inhalt um so mehr wächst, je weiter sie sich vom Stamm entfernen, und folglich auch eine immer größere Quantität Pflanzen-

nahrung enthalten. Andererseits nimmt aber mit der wachsenden Entfernung das Vermögen der Bäume, die im Boden enthaltene Nahrung sich anzueignen, stetig ab — und es fragt sich nun, nach welchem Gesetz diese Abnahme statt findet.

Hätten wir nun drei völlig zuverlässige Beobachtungen, wie sich bei verschiedenen relativen Abständen, z. B. von 8, 12, 16fachem Durchmesser der Bäume sich der Zuwachs derselben verhielte, so ließe sich hieraus das Gesetz darstellen.

In Ermangelung solcher Beobachtungen müssen wir uns mit einer hypothetischen Annahme begnügen, deren Richtigkeit erst durch die Resultate, die sie liefert, geprüft werden kann.

Demgemäß stelle ich folgenden Satz auf:

Wenn die im Quadrat stehenden Bäume zum Lebensunterhalt einen Abstand von  $m\delta$  erfordern, und beim Abstand von  $(m + 1)\delta$  der Zuwachs des Durchmessers  $= g$  ist, so ist beim Abstand von  $(m + 2)\delta$  der Zuwachs  $= 2g$ , beim Abstand von  $(m + 3)\delta = 3g$  und so ferner, bis das Vermögen des Baums, seine Wurzeln zu verbreiten und den ihm dargebotenen Raum zu benutzen, seine Grenze findet.

Beispiel. Es sei der zum Unterhalt des Lebens erforderliche Abstand  $m\delta = 6\delta$ , der Durchmesser  $\delta = 1$  Fuß, so ist, wenn für den Abstand von 7 Fuß der Zuwachs eine Linie ist, der Zuwachs für den Abstand

|                     |              |
|---------------------|--------------|
| von 8 Fuß . . . . . | 2 Linien     |
| = 9 = . . . . .     | 3 =          |
| = 10 = . . . . .    | 4 =          |
| = 11 = . . . . .    | 5 =          |
| = 12 = . . . . .    | 6 = u. s. w. |

Der aufgestellte Satz gewinnt gar sehr an Wahrscheinlichkeit durch die Beobachtung, daß die unter freistehenden

Bäumen angebauten Garten- und Feldgewächse in der Nähe des Stammes am kümmerlichsten stehen, mit der zunehmenden Entfernung vom Stamm sich stetig bessern.

Wenn nun bei einem sehr geringen Abstand der Bäume unter einander der Zuwachs ganz aufhört, bei einem sehr großen Abstand aber ein Theil des Bodens entweder ganz ungenügt bleibt, oder doch nur einen geringen Nutzen bringt, so muß es eine gewisse Entfernung der Bäume unter einander geben, bei welcher der Holzzuwachs des ganzen Waldes das Maximum erreicht, und es frägt sich nun, wie diese zu finden ist.

Zur Lösung dieser Aufgabe bedürfen wir der in § 15 und 16 gefundenen Sätze. Anstatt auf diese §§ zu verweisen, stelle ich zur leichtern Uebersicht für den Leser diese Sätze hier kurz zusammen.

Der körperliche Inhalt des Baums, dessen Durchmesser  $= \delta$  ist, ist  $= 31\delta^3$ . Für die Abstandszahl  $= r$  ist der Zuwachs des Durchmessers  $= \alpha$ . Der Baum, dessen Durchmesser  $= \delta$ , bedarf eines Flächenraums von  $r^2\delta^2$ . Auf der Waldfläche  $w$  können also  $\frac{w}{r^2\delta^2}$  solcher Bäume stehen.

Jeder Baum hat einen Inhalt von  $31\delta^3$  K.-F., der Holzbestand der ganzen Waldfläche ist also

$$\frac{w}{r^2\delta^2} \times 31\delta^3 = \frac{3w\delta}{r^2}.$$

Im Lauf des Sommers wächst der Durchmesser des Baums, welcher im Frühjahr  $= \delta$  war, um  $\alpha$  an, und beträgt demnach im Herbst  $\delta + \alpha$ .

Der körperliche Inhalt des Baumes ist dann

$$31(\delta + \alpha)^3 = 31(\delta^3 + 3\alpha\delta^2 + 3\alpha^2\delta + \alpha^3).$$

Zieht man hiervon den Inhalt des Baums im Frühjahr mit  $31\delta^3$  ab, so ergibt sich der Zuwachs jedes Baums  $= 31(3\alpha\delta^2 + 3\alpha^2\delta + \alpha^3)$ . Der Baum, dessen Durch-

messer im Lauf des Sommers von  $\delta$  bis  $\delta + \alpha$  anwächst, bedarf im Durchschnitt des ganzen Sommers eines Raums von  $r^2(\delta^2 + \alpha\delta + \frac{1}{3}\alpha^2)$ .

Auf der Waldfläche  $w$  können also stehen  $\frac{w}{r^2(\delta^2 + \alpha\delta + \frac{1}{3}\alpha^2)}$  Bäume. Diese Baumzahl mit dem Zuwachs der einzelnen Bäume multiplicirt, ergibt für den Gesammtzuwachs des Waldes

$$\frac{w}{r^2(\delta^2 + \alpha\delta + \frac{1}{3}\alpha^2)} \times 31(3\alpha\delta^2 + 3\alpha^2\delta + \alpha^3) = \frac{31w}{r^2} \times 3\alpha.$$

Hier von nehmen die Durchforstungen  $\frac{2}{3}$  hinweg und von dem Gesammtzuwachs gehen in den Zuwachs des bleibenden Bestandes über  $\frac{31w}{r^2} \times \alpha$  R.-F.

Wie ändert sich nun dieser Zuwachs, wenn der Abstand der Bäume untereinander sich ändert und  $= y$  statt  $r$  wird.

Ist die Entfernung der Bäume von einander  $= r$ , so ist der Theil des Abstandes, welcher einen Zuwachs bewirkt, und den man den wirksamen Abstand nennen kann  $= r - m$ . Für eine Entfernung von  $y$  ist der wirksame Abstand  $= y - m$ .

Da nun mit diesem wirksamen Abstand der Zuwachs des Durchmessers der Bäume im direkten Verhältniß steht, so ist  $r - m : y - m = \alpha : \frac{y - m}{r - m} \times \alpha$ .

Bezeichnen wir für den Abstand  $y$  den Zuwachs mit  $z$ , so ist  $z = \frac{y - m}{r - m} \times \alpha$ .

Für die ganze Waldfläche wird dann der Zuwachs des bleibenden Bestandes

$$\begin{aligned} = \frac{31w}{y^2} \times z &= \frac{31w}{y^2} \times \frac{(y - m)\alpha}{r - m} \\ &= \frac{31w\alpha}{r - m} \times \frac{y - m}{y^2} \end{aligned}$$

Die Größe des Zuwachses  $\alpha$  hängt aber nicht allein von der Abstandszahl, sondern zugleich auch von dem Boden und dem Standort der Bäume ab. Bei der Anwendung dieser Formel auf konkrete Fälle nehme ich nun einen Standort an, wo der jährliche Zuwachs des Durchmessers  $\frac{1}{6}$  Zoll oder  $\frac{1}{72}$  Fuß beträgt, wenn die Bäume stets den normalen Raum haben, bei welchem das Maximum des Werthzuwachses erfolgt.

Welches ist aber der Abstand, der diese Bedingung erfüllt?

Hierüber habe ich keinen andern Anhaltspunkt, als den aus den Nagelschen Sätzen abgeleiteten, wonach der Abstand das 12fache des Durchmessers betragen muß, und ich nehme demzufolge  $r = 12$  an. Für die Waldfläche  $w$  können wir jede beliebige Fläche annehmen. Hier seze ich sie gleich einem Waldmorgen von  $130 \square^0 = 33280 \square'$ . Für diese Werthe von  $\alpha$ ,  $r$  und  $w$  erhält die obige Formel folgenden Ausdruck:

$$\frac{(31 \times 33280 \times \frac{1}{72})}{12 - m} \times \left(\frac{y - m}{y^2}\right)$$

$$= \left(\frac{14329}{12 - m}\right) \times \left(\frac{y - m}{y^2}\right).$$

In diesem Ausdruck für den Zuwachs finden wir außer der veränderlichen Größe  $y$  noch die unbekannte, aber konstante Größe  $m$ .

Für die Bestimmung des Werths von  $m$ , oder der Abstandszahl, bei welcher der Zuwachs der Bäume ganz aufhört, fehlen uns aber die Beobachtungen der Natur ganz und gar.

Es scheint demnach, als wenn unser Streben, das Verhältniß zwischen Abstand und Zuwachs in Zahlen darzustellen, hier seine Schranke finde, und wir dieselbe aufgeben müßten.

Glücklicherweise aber kann vermittelst der Analysis der Werth von  $m$  aus den schon bekannten Vordersätzen ermittelt werden.

In dem Ausdruck für den Zuwachs  $\left(\frac{31w\alpha}{r-m}\right) \left(\frac{y-m}{y^2}\right)$

ist der erste Faktor eine konstante Größe, welche durch die Differenz der Funktion nicht verändert wird; in dem 2. Faktor  $\frac{y-m}{y^2}$  ist  $y$  eine veränderliche Größe, und wenn wir von diesem Faktor das Differential nehmen und gleich Null setzen, so ergibt sich, bei welchem Werth von  $y$  der Zuwachs das Maximum erreicht.

Das Differential ist

$$d\left(\frac{y-m}{y^2}\right) = y^2 dy - (y-m) 2y dy = 0,$$

$$\text{also } y^2 - 2y(y-m) = 0$$

$$y^2 - 2y^2 + 2my = 0$$

$$y^2 = 2my$$

$$y = 2m \text{ und}$$

$$m = \frac{1}{2}y.$$

Wir wissen nach dem Nagelschen Satz, daß der höchste Zuwachs erfolgt, wenn die Abstandszahl = 12 ist. Da nun für  $y = 2m$  ebenfalls der höchste Zuwachs erfolgt:

$$\text{so muß } y = 2m = 12$$

$$\text{und } m = 6 \text{ sein.}$$

Setzen wir in die oben für den Zuwachs gefundene Formel

$$\frac{14329}{12-m} \times \left(\frac{y-m}{y^2}\right)$$

für  $m$  den Werth 6, so verwandelt sich diese Formel in

$$\frac{14329}{6} \times \left(\frac{y-m}{y^2}\right) = 2388 \left(\frac{y-6}{y^2}\right).$$

Durch diese Formel sind wir in den Stand gesetzt, für jeden beliebigen Abstand den Zuwachs zu berechnen.

Wenn der Abstand ist: so ist der Zuwachs pr. Waldmorgen:

|         |                              |          |                |
|---------|------------------------------|----------|----------------|
| $y = 6$ | $2388 \times 0$              | $= 0$    | $\text{R.-F.}$ |
| 7       | $2388 \times \frac{1}{49}$   | $= 48,7$ | $=$            |
| 8       | $2388 \times \frac{1}{32}$   | $= 74,6$ | $=$            |
| 9       | $2388 \times \frac{1}{27}$   | $= 88,4$ | $=$            |
| 10      | $2388 \times \frac{1}{25}$   | $= 95,5$ | $=$            |
| 11      | $2388 \times \frac{1}{24,2}$ | $= 98,7$ | $=$            |
| 12      | $2388 \times \frac{1}{24}$   | $= 99,5$ | $=$            |
| 13      | $2388 \times \frac{7}{169}$  | $= 98,9$ | $=$            |
| 14      | $2388 \times \frac{2}{49}$   | $= 97,5$ | $=$            |
| 15      | $2388 \times \frac{1}{25}$   | $= 95,5$ | $=$            |
| 16      | $2388 \times \frac{5}{128}$  | $= 93,3$ | $=$            |
| 17      | $2388 \times \frac{11}{289}$ | $= 90,9$ | $=$            |
| 18      | $2388 \times \frac{1}{27}$   | $= 88,4$ | $=$            |
| —       |                              |          |                |
| —       |                              |          |                |
| —       |                              |          |                |
| 24      | $2388 \times \frac{1}{32}$   | $= 74,6$ | $=$            |
| —       |                              |          |                |
| —       |                              |          |                |
| —       |                              |          |                |
| 30      | $2388 \times \frac{2}{75}$   | $= 63,7$ | $=$            |

Beim 8fachen Abstand (den Durchmesser des Baumes stets zum Maassstab genommen) beträgt hier der Zuwachs nur ungefähr  $\frac{3}{4}$ , beim 7fachen Abstand kaum die Hälfte des Zuwachses der beim normalen 12fachen Abstand statt findet.

Es zeigt also auffallend, mit welchem Nachtheil der zu dichte Stand der Bäume verbunden ist. Aber, merkwürdig genug, es scheint sich das menschliche Gefühl gegen das

Weghauen lebender Bäume zu sträuben — und Forstarbeiter, Holzwärter &c. sind ohne strenge Aufsicht nicht zu bewegen, bei der Durchforstung den Bäumen den angemessenen Raum zu verschaffen.

Der zu weite Abstand zeigt sich hier weit weniger nachtheilig für den Zuwachs des ganzen Waldes, als der zu dichte. Denn beim 8fachen Abstand d. i.  $\frac{2}{3}$  des normalen ist der Zuwachs nicht höher als beim 24fachen, oder dem doppelten des normalen Abstandes.

Selbst beim 30fachen Abstand findet sich in dieser Tabelle noch ein größerer Zuwachs, als beim 7fachen.

Wir haben oben, freilich nur muthmaßlich angenommen, daß die freistehende Kiefer das Vermögen hat, ihre Wurzeln bis zum 30fachen ihres Durchmessers auszubreiten.

Hiernach würde in einem Walde, wo die Bäume den 30fachen Abstand haben, der Zuwachs jedes Baums dem Zuwachs des freistehenden Baums gleich sein.

Da nun sowohl das Vermögen der Wurzelverbreitung als der Zuwachs freistehender Bäume durch Beobachtungen zu ermitteln ist, so bietet sich hier ein wichtiges Moment zur Prüfung und Berichtigung unserer aufgestellten Hypothese dar.

Unsern Ansätzen nach verhält sich der Zuwachs des Durchmessers wie der wirksame Abstand. Dieser ist bei 12facher Entfernung  $12 - 6 = 6$ , bei 30facher  $30 - 6 = 24$ . Das Verhältniß zwischen beiden ist also wie  $6 : 24 = 1 : 4$ .

Wenn nun beim 12fachen Abstand die jährliche Zunahme  $\frac{1}{6}$  Zoll ist, so müßte bei der freistehenden Kiefer der jährliche Zuwachs des Durchmessers  $4 \times \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$  Zoll betragen.

Hätte dagegen das Vermögen der Kiefer, ihre Wurzeln zu verbreiten, in einer Entfernung, die das 24fache ihres

Durchmessers beträgt, seine Grenze, so würde der Zuwachs der freistehenden Bäume jährlich  $3 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$  Zoll betragen.

Einzelne Beobachtungen über den Zuwachs der Bäume:

1) Am Rande einer hiesigen Kiefernholzung, welche vor 38 Jahr angesetzt ist, betragen die Durchmesser von 14 Bäumen (4 Fuß über dem Boden gemessen) zusammen 118 Zoll. Dies beträgt pr. Baum  $8,13$  Zoll. Rechnet man von dem Alter der Bäume = 38 Jahr für die Bildung des Pflanzenkörpers 5 Jahr ab: so ergibt sich für das Jahr ein Zuwachs von  $\frac{8,43}{33} = 0,25$  oder ungefähr  $\frac{1}{4}$  Zoll.

Im Innern dieser Hölzung wurden die Durchmesser von 14 nicht ausgewählten Stämmen gemessen, und es ergab sich für diese eine Summe von 67 Zoll. Dies gibt pr. Baum  $4,8$  Zoll, und der jährliche Zuwachs beträgt  $\frac{4,8}{33} = 0,145$  oder ungefähr  $\frac{1}{7}$  Zoll.

2) In einem Baumgang von 12 Fuß Breite und 16 füßiger Entfernung der Bäume in den Reihen haben jetzt, 23 Jahr nach der Pflanzung 10 Birken zusammen 87 Zoll Durchmesser, jeder Baum im Durchschnitt also 8,7 Zoll. Bei der Pflanzung mochten die Birken eine Stärke von  $1\frac{1}{2}$  Zoll haben. Der Zuwachs beträgt also in 23 Jahr  $7,2$  Zoll, macht jährlich  $0,313$  oder fast  $\frac{1}{3}$  Zoll.

3) In einer Eichenholzung, die vor 25 Jahr gefällt wurde, und aus Eichen bestand, die vielleicht 80 bis 100 Jahr alt waren, blieb ein dünner Baum wegen seines auffallend schlanken Wuchses stehen, dessen damaligen Durchmesser ich auf höchstens  $7\frac{1}{2}$  Zoll schätze. Jetzt 25 Jahr später hat dieser Baum — 4 Fuß über dem Boden gemessen — einen Durchmesser von  $17\frac{1}{2}$  Zoll. Sein Zuwachs ist also  $\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$  Zoll jährlich. Dieser Baum ist keineswegs freistehend, sondern nur dominirend, denn er ist

von jungen, jetzt 25 jährigen Eichen und Kastanien umgeben, die seiner Wurzelausbreitung Schranken setzen.

Zu bemerken ist jedoch, daß der Höhenwuchs dieses Baumes der Zunahme des Durchmessers durchaus nicht proportional geblieben ist.

4) Auf einem dem Baumwuchs sehr günstigen Boden hat eine in einem Baumgang stehende, vor 20 Jahren gepflanzte kanadische Pappel jetzt einen Durchmesser von 21 Zoll. Bei der Pflanzung mochte der Baum eine Stärke von 2 Zoll haben. Der Zuwachs beträgt also 19 Zoll in 20 Jahr, macht 0,95 oder fast 1 Zoll jährlich. Die Breite des Baumgangs ist nur 10 Fuß, die Entfernung der Bäume in den Reihen beträgt 16 Fuß.

Eine am Ende dieses Baumgangs, also nach zwei Seiten freistehende Pappel hat jetzt einen Durchmesser von 23 Zoll und ihr Zuwachs ist mithin 1,05 Zoll jährlich.

Diese Notizen sind zur Bestimmung des Zuwachses freistehender Kiefern unzulänglich; ich lege sie aber dennoch vor, weil ich hoffe, dadurch erfahrene Forstmänner zur Mittheilung ihrer Beobachtungen über diesen Gegenstand veranlassen zu können.

---

### § 20.

#### Berechnung des Gesammtzuwachses.

Ehe wir zu dieser Berechnung übergehen, müssen wir einen Rückblick auf den Gang unserer Untersuchung werfen.

Dem Gedankengang gemäß, der dem 1. Theil des „isolirten Staat“ überall zum Grunde liegt, sind wir auch hier

von einfachen Voraussetzungen ausgegangen, und haben erst eine der Potenzen, die beim Waldbau in Betracht kommen, zur Untersuchung gezogen, von den andern Potenzen aber einstweilen abstrahirt, um sie später wieder zum alleinigen Gegenstand der Untersuchung zu machen.

So haben wir im 1. und 2. Abschnitt den Gesammtzuwachs für alle Grade der Lichtstellung der Bäume gleich hoch, nämlich zu 150 R. F. pr. Waldmorgen angenommen, und sind dadurch zur Kenntniß gelangt, wie es auf die Bodenrente und die vortheilhafteste Umtriebszeit wirkt, wenn ein geringerer oder größerer Theil des Gesammtzuwachses vermittelst der Durchforstung hinweggenommen, also dem bleibenden Bestand und somit auch dem im Holzbestand steckenden Kapital entzogen wird.

Wir haben dadurch kennen gelernt, in welchem auffallenden Grade die größere oder geringere Lichtstellung der Bäume, selbst dann, wenn diese ohne Einfluß auf den Zuwachs wäre, auf die Bodenrente und vortheilhafteste Umtriebszeit einwirkt.

Nachdem wir jetzt aber eine Formel für das Verhältniß zwischen dem Abstand der Bäume und deren Zuwachs gefunden haben, können wir jetzt den Einfluß, den die schwächere oder stärkere Durchforstung auf den Zuwachs und somit auf den Holzertrag des ganzen Waldes ausübt, zum Gegenstand der Untersuchung machen.

Statt des früher hypothetisch angenommenen Gesammtzuwachses von 150 R. F. können wir jetzt aus nachstehenden, in der vorhergegangenen Untersuchung begründeten Säzen den Gesammtzuwachs für jeden Abstand der Bäume untereinander berechnen.

1. Für den Durchmesser  $\delta$  ist der körperliche Inhalt des Baums =  $31 \delta^3$ .

2. Wenn der Abstand der Bäume =  $y \delta$  und der zum Lebensunterhalt der Bäume erforderliche Abstand =  $m \delta$  ist, so beträgt der Zuwachs des Durchmessers =  $\frac{y - m}{r - m} \times \alpha$  Fuß, und der Zuwachs auf der Waldfläche von  $w \square$  Fuß =  $(\frac{31 w \alpha}{r - m}) (\frac{y - m}{y^2})$  R. F., wo  $r$  und  $\alpha$  als durch die Erfahrung gegeben betrachtet werden.

3. Der höchste Holzzuwachs findet statt, wenn  $y = 2$  m.

Ist nun durch die Erfahrung gegeben, daß für den Abstand der Bäume  $r = 12$  Fuß die Zunahme des Durchmessers  $\alpha = \frac{1}{72}$  Fuß ist, so verwandelt sich, wenn man für  $r$  und  $\alpha$  diese Werthe und  $m = \frac{1}{2} y$  setzt, die Formel  $(\frac{31 w \alpha}{r - m}) (\frac{y - m}{y^2})$  in folgende:  $(\frac{31 w}{72 (12 - \frac{1}{2} y)}) (\frac{y - \frac{1}{2} y}{y^2})$   
 $= (\frac{31 w}{72 (12 - \frac{1}{2} y)})^{\frac{1}{2}} y$   
 $= \frac{31 w}{72} (\frac{1}{24 y - y^2})$

Bei welchem Werth von  $y$  erreicht diese Funktion ihr Maximum?

Das Differential derselben genommen und dieses = 0 gesetzt, gibt

$$\frac{31 w}{72} (-24 d y + 2 y d y) = 0$$

$$\text{also } 2 y = 24$$

$$y = 12.$$

Der Zuwachs des bleibenden Bestandes

$$\frac{31 w}{72} (\frac{1}{24 y - y^2}) \text{ ist, } y = 12 \text{ gesetzt}$$

$$\frac{31 w}{72} (\frac{1}{288 - 144}) = \frac{31 w}{72 \times 144} \text{ R. F.}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Setzt man } w = \text{einem Waldmorgen von } 130 \text{ } \square^0 \\
 = 130 \times 256 \text{ } \square \text{ f., so ist der Zuwachs} \\
 = \frac{31 \times 130 \times 256}{72 \times 144} = \frac{31 \times 130 \times 2}{9 \times 9} = 99,5 \text{ } \text{R. f.,} \\
 \text{also übereinstimmend mit der Tabelle im vorigen §.}
 \end{aligned}$$

4. Vom 11. Jahr an beträgt der Gesammtzuwachs das Dreifache der Zunahme des bleibenden Bestandes.

Vom 6. bis 10. Jahr incl. beträgt der Zuwachs  $\frac{2}{3}$  des späteren Gesammtzuwachses. Der Zuwachs in den ersten 5 Jahren wird mit dem im 6. Jahr verbunden für den eines Jahrs gerechnet. Für den Zuwachs der ersten 5 Jahre kommt also nichts in Rechnung.

Das der Durchforstung anheimfallende Holz beträgt also vom 11. Jahr an das Doppelte, vom 6. bis 11. Jahr incl. aber das Einfache der Zunahme des bleibenden Bestandes.

Anwendung dieser Sähe auf konkrete Fälle:

A. Holzbestand des Abtriebschlagess.

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Das Alter des Schlages sei . . . .} & 77 \text{ Jahr,} \\
 \text{Davon gehen für den Zuwachs verloren} & 5 = \\
 & \text{Bleiben } 72 \text{ Jahr.}
 \end{array}$$

Der Durchmesser des Baums nimmt jährlich um  $\frac{1}{6}$  Zoll =  $\frac{1}{72}$  Fuß zu. Dies ergibt für den 77jährigen Baum einen Durchmesser von  $72 \times \frac{1}{72} = 1$  Fuß.

Der Inhalt des Baums ist  $31 \delta^3$ , hier also  $31 \text{ R. f.}$  Beim 12fachen Abstand können auf einem Waldmorgen von  $130 \times 256 \square \text{f.}$

$$\frac{130 \times 256}{144} = \frac{130 \times 16}{9} = 231 \text{ solcher Bäume stehen.}$$

Der Holzbestand des Abtriebschlagess ist also  $231 \times 31 = 7161 \text{ R. f.}$

Es läßt sich aber schon aus der Tabelle (§. 18) der Holzbestand der Schläge von jedem Alter berechnen, wenn man von dem Alter 5 Jahr abzieht, und den Rest der Jahre mit dem in der Tabelle angegebenen Zuwachs multiplicirt. So ist z. B. im 77jährigen Schläge beim 12fachen Abstand und dem Zuwachs von  $99\frac{1}{2}$  R. F. der Holzbestand pr. Waldmorgen  $72 \times 99\frac{1}{2} = 7164$  R. F.

Im ersten Abschnitt habe ich nach den hier gemachten Beobachtungen den Zuwachs auf  $130 \square^0$  zu 100 R. F. berechnet.

Nach den Nagelschen Säzen, daß beim 12fachen Abstand der Bäume der Durchmesser derselben jährlich um  $\frac{1}{6}$  Zoll zunimmt, ergibt sich ein jährlicher Holzzuwachs von  $99\frac{1}{2}$  R. F. auf  $130 \square^0$ .

Es ist in der That merkwürdig, daß zwei aus ganz verschiedenen Quellen geflossene Berechnungen im Resultat so nahe zusammen fallen.

Cotta gibt in seinen Hülftafeln §. 42 den Holzbestand der 77jährigen Kiefern auf der besten Bodenklasse zu 14860 R. F. pr. sächsischen Acker an. Dies beträgt auf mecklenburgisches Maas reducirt

$$14860 \times \frac{36}{100} = 5350 \text{ R. F. pr. } 100 \square^0$$

oder 6955 R. F. pr. Waldmorgen von  $130 \square^0$ .

Hier findet also zwischen dem Resultat unserer Berechnung und den Angaben eines berühmten Forstmanns nur eine Differenz von 3 pEt. statt.

In den folgenden Berechnungen nehme ich nun für den Zuwachs pr. Waldmorgen statt  $99\frac{1}{2}$  R. F. die runde Zahl 100 an.

#### B. Holzertrag der Durchforstungen.

Wenn der Holzzuwachs des bleibenden Bestandes 100 R. F. pr. Waldmorgen beträgt, so liefert die Durch-

forstung vom 11. Jahr an jährlich 200 R. F., vom 6. bis 10. Jahr incl. aber 100 R. F.

Bei einem  $x + 5$  jährigen Wald beträgt demnach der Gesammtzuwachs:

|                                                                               |                   |
|-------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| 1) aus dem Abtriebsschlag . . . . .                                           | 100 x R. F.       |
| 2) aus der Durchforstung vom 6. bis 10. Jahr incl. . . . .                    | 500               |
| 3) aus den Durchforstungen vom 11. Jahr bis zum Abtrieb ( $x - 5$ ) 200 . . . | $200 x - 1000$    |
|                                                                               | Summe 300 x - 500 |

Im Durchschnitt jährlich  $\frac{300 x - 500}{x + 5}$

für  $x = 72$  gibt dies 274 R. F.

### § 21.

Bodenrente und vortheilhafteste Umliebszeit bei verschiedenen Graden des Abstandes der Bäume untereinander.

A. Für den Abstand = dem 12fachen Durchmesser.

Als dann ist der Zuwachs des bleibenden Bestandes pr. Waldmorgen 100 R. F. und für die Umliebszeit von  $x + 5$  Jahr, ist nach § 3 der Werth des Abtriebsschlages  $= (3 x^2 + 15 x)$  fl.

Hier von fällt

|                                                            |                      |
|------------------------------------------------------------|----------------------|
| 1) auf die ersten 5 Jahr vom 6. bis 10. Jahr incl. . . . . | 150                  |
| 2) auf die Jahre vom 11. bis zum Abtrieb . . . . .         | $3 x^2 + 15 x - 150$ |

Hätte nun das Durchforstungsholz pr. R. F. gleichen Werth mit dem des Abtriebschlasses, so würden die Durchforstungen folgenden Werth haben.

- 1) Die Durchforstungen in den 5 Jahren vom 6. bis 11. liefern jährlich 100 R. F., deren Werth nach § 3 ist . . . = 150
- 2) Die Durchforstungen vom 11. Jahr bis zum Abtrieb liefern jährl. 200 R. F., deren Werth ist =  $2(3x^2 + 15x - 150)$  zusammen  $\frac{6x^2 + 30x - 300}{6x^2 + 30x - 150}$

Da aber das Durchforstungsholz nur  $\frac{2}{3}$  des Werths des Holzes im Abtriebschlage hat, so reducirt sich der Werth aller Durchforstungen auf  $\frac{2}{3}(6x^2 + 30x - 150)$   
 $= 4x^2 + 20x - 100$

Hierzu der Abtriebschlag mit . . . =  $\frac{3x^2 + 15x}{7x^2 + 35x - 100}$   
gibt Summe der Einnahme

Ausgabe:

Der Werth aller Holzbestände ist nach § 3  
 $= x^3 + 9x^2 + 8x.$

Hiervon betragen die Zinsen zu 4 pCt.

$$0,04x^3 + 0,36x^2 + 0,32x$$

Die Administrations- und Aufsichtskosten von  $x + 5$  Waldmorgen à 8 fl. . . . . 8,00 x + 40

Die Besamungskosten von 130 □<sup>o</sup> à 2 fl. . . . . 260

Die Summe der Ausgaben ist =  $0,04x^3 + 0,36x^2 + 8,32x + 300$

Nach Abzug dieser Ausgabe von der Einnahme ergibt sich eine Bodenrente

$$\text{von } -0,04 x^3 + 6,64 x^2 + 26,68 x - 400.$$

Setzt man nun für  $x$  nach und nach andere Werthe, so ergibt sich

Für den Umtrieb: eine Bodenrente pr. Waldmorgen:

| von 15 Jahr | von 32,7 fl. |
|-------------|--------------|
| = 25 =      | = 98,8       |
| = 35 =      | = 151,3      |
| = 45 =      | = 194,0      |
| = 55 =      | = 227,9      |
| = 65 =      | = 253,3      |
| = 75 =      | = 270,4      |
| = 85 =      | = 279,4      |
| = 90 =      | = 280,8      |
| = 95 =      | = 280,3      |
| = 105 =     | = 273,0      |

Hier ergibt sich die vortheilhafteste Umtriebszeit beim Alter von 90 Jahr. Die Bodenrente ist alsdann 280,8 fl. = 5 Thlr. 40,8 fl. pr. Waldmorgen.

B. Für den Abstand = dem 8fachen Durchmesser der Bäume.

Für diese Abstandszahl ist nach § 19 der Zuwachs des bleibenden Bestandes 74,6 R. F. pr. Waldmorgen, wofür wir hier 75 R. F. setzen.

Als dann beträgt der Werth des Abtriebschlages, der Durchforstungen und des Gesamtbestandes der Waldung  $\frac{3}{4}$  dessen, was wir in A für den 12fachen Abstand berechnet haben, und wir erhalten darnach folgende allgemeine Formel.

$$\text{Werth des Abtriebschlages} \quad \dots \quad 2,25 x^2 + 11,25 x$$

$$\text{Werth der Durchforstungen} \quad \dots \quad \underline{3,00 x^2 + 15,00 x - 75}$$

$$\text{Einnahme} \quad 5,25 x^2 + 26,25 x - 75$$

## Ausgabe.

Zinsen vom Werth des Holzbestandes

$$= 0,03 x^3 + 0,27 x^2 + 0,24 x$$

Administrations- und

|                       |             |
|-----------------------|-------------|
| Aufsichtskosten . . . | 8,00 x + 40 |
|-----------------------|-------------|

|                       |     |
|-----------------------|-----|
| Besamungskosten . . . | 260 |
|-----------------------|-----|

|                   |                                      |
|-------------------|--------------------------------------|
| Summe der Ausgabe | $0,03 x^3 + 0,27 x^2 + 8,24 x + 300$ |
|-------------------|--------------------------------------|

Diese von der Ein-  
nahme abgezogen, er-  
gibt eine Bodenrente

von . . . . . —  $0,03 x^3 + 4,98 x^2 + 18,01 x - 375$

Diese Formel ergibt

| für den Umtrieb       | eine Bodenrente |
|-----------------------|-----------------|
| von $x + 5 = 55$ Jahr | von 167,7 fl.   |
| 65 =                  | = 187 =         |
| 75 =                  | = 200 =         |
| 85 =                  | = 206,8 =       |
| 92 =                  | = 207,7 =       |
| 95 =                  | = 207,5 =       |
| 105 =                 | = 202,2 =       |

Hier zeigt sich der 92 jährige Umtrieb als der vortheilhafteste, und gewährt pr. Waldmorgen eine Bodenrente von 207,7 fl.

C. Abstand der Bäume unter einander = dem  
7fachen Durchmesser derselben.

Der Zuwachs des bleibenden Bestandes ist nach § 19 für diesen Abstand = 48,7 R. F. Nehmen wir hierfür einen Zuwachs von 50 R. F., so finden wir die Berechnung der Bodenrente schon im § 18, wornach der vortheilhafteste Umtrieb im Alter von 93 Jahr mit einer Bodenrente von 135 fl. pr. Waldmorgen statt findet.

## Resultat.

| Abstand, den Durchmesser als Einheit angenommen. | Zuwachs des bleibenden Bestandes pr. Waldmorgen. | Umltriebszeit Jahr. | Bodenrente pr. Waldmorgen fl. |
|--------------------------------------------------|--------------------------------------------------|---------------------|-------------------------------|
| 12 facher                                        | 100 R. F.                                        | 90                  | 280,8                         |
| 8 =                                              | 75 =                                             | 92                  | 207,7                         |
| 7 =                                              | 50 =                                             | 93                  | 135                           |

Es zeigt sich hier, daß mit der Verminderung des Abstandes der Bäume die vortheilhafteste Umltriebszeit sich verlängert, jedoch nur unerheblich, und daß die Bodenrente in etwas größerem Maas als der Zuwachs abnimmt.

Bei verschiedenen Abständen ist jedoch nicht das Alter, sondern der Durchmesser der Bäume Maasstab für den Werth des Holzes pr. R. F. Da nun der Durchmesser im Verhältniß steht mit dem Gesammtzuwachs des Waldes, so sinkt für den 8fachen Abstand die Bodenrente auf ca. die Hälfte, und für den 7fachen Abstand auf ca.  $\frac{1}{4}$  der Rente herab, die der Boden beim 12fachen Abstand liefert.

## Die Waldrente beim 12fachen Abstand der Bäume.

## Einnahme.

$$\begin{aligned}
 1) \text{ Aus dem Abtriebsschlage} & \dots \dots 3x^2 + 15x \\
 2) \text{ Aus den Durchforstungen wie oben} \\
 \frac{2}{3} (6x^2 + 30x - 150) & = \dots \dots 4x^2 + 20x - 100 \\
 \text{zusammen} & \quad \quad \quad 7x^2 + 35x - 100
 \end{aligned}$$

## Ausgabe.

## Administrations- und Aufsichtskosten von

$$\begin{aligned}
 x + 5 \text{ Waldmorgen} \text{ à } 8 \text{ fl.} & \dots \dots 8x + 40 \\
 \text{Besamungskosten von } 130 \text{ } \square^o \text{ à } 2 \text{ fl.} & \quad \quad \quad 260 \\
 \text{Ausgabe} & \quad \quad \quad 8x + 300
 \end{aligned}$$

Nach Abzug dieser Ausgabe bleibt Wald-

rente für  $x + 5$  Morgen von  $130 \square^o$   $7x^2 + 27x - 400$

Dies gibt

|                   |                               |
|-------------------|-------------------------------|
| für den Umtrieb   | eine Waldrente pr. Waldmorgen |
| von 15 Jahr . . . | von 38 Schillingen            |
| 25 = . . .        | = 118                         |
| 35 = . . .        | = 192                         |
| 45 = . . .        | = 264                         |
| 55 = . . .        | = 335                         |
| 65 = . . .        | = 406                         |
| 75 = . . .        | = 477                         |
| 85 = . . .        | = 548                         |
| 90 = . . .        | = 583                         |
| 95 = . . .        | = 618                         |
| 105 = . . .       | = 688                         |

Die Waldrente besteht aus den beiden Bestandtheilen:

1) Bodenrente und 2) Zinsen des im Holzbestand steckenden Kapitals. Die nachstehende Tabelle zeigt, in welchem Verhältniß beide Bestandtheile bei verschiedenen Umtriebszeiten zu einander stehen.

| Beim Umtrieb | Vom Waldmorgen betragen |                                          |
|--------------|-------------------------|------------------------------------------|
|              | die Bodenrente<br>fl.   | die Zinsen<br>vom Bestandskapital<br>fl. |
| von 15 Jahr  | 32,7                    | 5,3                                      |
| 25 =         | 98,8                    | 19,2                                     |
| 35 =         | 151,3                   | 40,7                                     |
| 45 =         | 194                     | 70                                       |
| 55 =         | 227,9                   | 107,1                                    |
| 65 =         | 253,3                   | 152,7                                    |
| 75 =         | 270,4                   | 206,6                                    |
| 85 =         | 279,4                   | 268,6                                    |
| 90 =         | 280,8                   | 302,2                                    |
| 95 =         | 280,3                   | 337,7                                    |
| 105 =        | 273                     | 415                                      |

Während die Bodenrente beim Umltrieb von 90 Jahr das Maximum erreicht, steigt die Waldrente fortwährend. Aber dies Steigen entspringt aus dem größern Kapitalaufwand, und bei einem sehr hohen Umltrieb besteht die ganze Waldrente nur noch aus den Zinsen des Bestandkapitals.

---

### § 22.

Welcher Theil des Holzvorraths wird in den verschiedenen Epochen vermittelst der alle 10 Jahr wiederkehrenden Durchforstung hinweggenommen?

Für den 12fachen Abstand der Bäume ist der jährliche Gesammtzuwachs pr. Waldmorgen vom 6. bis 10. Jahr incl.

200 R.-F.

und vom 11. Jahr an . . . . . 300 R.-F.

Davon gehen vom 6. Jahr an jährlich 100 R.-F. in den bleibenden Bestand über und der Rest fällt der Durchforstung anheim.

1) Im Alter von 15 Jahr beträgt der Bestand:

|                                               | R.-F.   |
|-----------------------------------------------|---------|
| a) Zuwachs vom 6. bis 11. Jahr . . . . .      | 1000    |
| b) Zuwachs vom 11. bis 15. Jahr incl. . . . . | 1500    |
|                                               | Bestand |

Davon der bleibende Bestand . . . . . 1000

Bleibt für die Durchforstung 1500 R.-F., also  $\frac{3}{5}$  des Bestandes.

2) Durchforstung im Alter von 25 Jahr:

|                                          |         |
|------------------------------------------|---------|
| Der Zuwachs beträgt in 10 Jahr . . . . . | 3000    |
|                                          | Bestand |

Davon gehört dem bleibenden Bestand an . . . . . 2000  
 Die Durchforstung liefert 2000 R.-F., also die  
 Hälfte des Vorraths.

3) Durchforstung im Alter von 35 Jahr:  
 Der Zuwachs liefert in 10 Jahr . . . . . 3000  
 Vorrath 5000  
 Davon bleibender Bestand . . . . . 3000  
 Die Durchforstung liefert 2000 R.-F., also  $\frac{2}{5}$  des  
 Vorraths.

Die weitere Fortführung dieser Rechnung ergibt, daß  
 der Theil des Vorraths, welcher von der Durchforstung er-  
 griffen wird, beträgt

bei der 4. Durchforstung im Alter von 45 Jahr  $\frac{1}{3}$   
 5. = = 55 =  $\frac{2}{7}$   
 6. = = 65 =  $\frac{1}{4}$   
 7. = = 75 =  $\frac{2}{9}$   
 8. = = 85 =  $\frac{1}{5}$   
 9. = = 95 =  $\frac{2}{11}$

---

### § 23.

#### Abweichungen der Resultate unserer Berechnung von der Wirklichkeit.

Unsere Untersuchung ist auf die Voraussetzungen ge-  
 gründet:

- 1) daß die Durchforstung stetig und dem Zuwachs pro-  
 portional vorgenommen wird;
- 2) daß sämmtliche Bäume von gleicher Gesundheit, Lebens-  
 kraft und Stärke sind;

3) daß alle Bäume im Quadrat stehen, überall den normalen Abstand von einander haben und daß bis zum Abtrieb sich nirgends Blößen finden.

Von diesen Voraussetzungen finden in der Wirklichkeit erhebliche Abweichungen statt, die sämmtlich auf Verminderung des Holzertrags hinwirken.

Unter diesen Abweichungen dürften folgende die bedeutendsten sein:

1) Wenn die Durchforstungen nicht stetig, sondern periodenweise vorgenommen werden — wie dies in der Wirklichkeit überall der Fall ist —, so können die Bäume nur in der Mitte dieser Perioden den normalen Abstand haben, und in den Jahren vor und nach dieser Mitte ist dann der Zuwachs geringer, als wir berechnet haben. Dieser Minderertrag, der sich nach den Sätzen im § 19 berechnen lässt, ist in Durchforstungsperioden von 10 Jahr noch nicht erheblich, aber schon sehr bedeutend, wenn die Durchforstung nur alle 20 Jahr vorgenommen wird.

2) In Hölzungen, die durch Besamung entstanden sind, kann man zwar bei der Durchforstung es erreichen, daß die auf einer gegebenen Fläche, z. B. einem Waldmorgen, stehende Baumzahl zusammen den normalen Raum erhält, aber man ist nicht im Stande, jedem einzelnen Baum den normalen Raum zu verschaffen. Es werden demnach die Bäume auf einzelnen Stellen gedrängter, auf andern Stellen lichter stehen, als der normale Stand, bei welchem das Maximum des Zuwachses erfolgt, erfordert.

Betragen z. B. auf einem Waldmorgen die Stellen, auf welchen die Bäume den 10fachen Abstand haben, zusammen einen halben Morgen und beträgt auf der andern Hälfte dieser Fläche der Abstand der Bäume das 14fache

ihres Durchmessers, so ist nach § 19 der Zuwachs folgender:

$$\text{beim 10fachen Abstand } \frac{95,5}{2} = 47,75 \text{ R.-F.}$$

$$\text{beim 14fachen Abstand } \frac{97,5}{2} = 48,75 \text{ R.-F.}$$

Der Zuwachs auf 1 Waldmorgen beträgt 96,5 R.-F., während beim normalen Abstand aller Bäume derselbe . . . . . = 99,5 R.-F. ist.

3) Unglücksfälle. Die Wälder sind dem Windbruch, dem Waldbrand, dem Raupenfraß, der Beschädigung durch größere Thiere, durch die Jagd &c. ausgesetzt.

Gäbe es eine Versicherungsgesellschaft, bei welcher man die Wälder gegen diese Unfälle versichern könnte, so würde man die Assuranzprämie von der Einnahme in Abzug bringen. In Ermangelung einer solchen Assuranzgesellschaft muß der Waldbesitzer den aus solchen Unfällen entstehenden Verlust nach einem aus der Erfahrung entnommenen Durchschnitt von der sonst möglichen Einnahme in Abzug bringen.

4) Diebstahl. Die Holzentwendung ist wohl nirgends ganz zu vermeiden, und es geht dadurch für den Waldbesitzer ein Theil des berechneten Einkommens verloren.

Von dem Holzertrag, den die Forstmänner nach dem Befund im Walde selbst angeben, sind diese Verluste schon abgegangen, während dieselben von unsfern durch die Rechnung für den völlig regelmäßigen Bestand gefundenen Ertrag noch abgezogen werden müssen. Dies erklärt zum Theil, warum unser berechneter Ertrag die Angaben der meisten Forstmänner weit übersteigt. Anderntheils aber röhrt diese Verschiedenheit auch daher, daß den Forstmännern gar keine älteren Holzbestände, die von der ersten Jugend an völlig regelmäßig durchgeforsst sind, vorliegen und ihre

aus der Erfahrung entnommenen Ertragsberechnungen auf solche Bestände also auch keine Anwendung finden.

Der Betrag der sub 1 und 2 angeführten Abweichungen lässt sich nach § 19 durch den Kalkül ziemlich genau bestimmen. Der Betrag der Abweichungen 3 und 4 hängt aber ganz und gar von dem Standort der Bäume, den sonstigen Lokalverhältnissen und von dem Charakter der Bewohner des Landes ab, und muss für jeden Standpunkt besonders geschätzt werden.

Das aber ist der große Gewinn, den die theoretische Untersuchung gewährt, daß wir dadurch einen Anhaltspunkt erlangen, womit jedes andere Verhältnis verglichen und somit zur einheitlichen Anschauung zurückgeführt werden kann.

Für das Verhältnis, was ich hier im Auge habe, nehme ich an, daß die Verminderung des Holzertrags, welche durch die Abweichung von den idealen Voraussetzungen entsteht, eine Verminderung der berechneten Einnahme um  $\frac{1}{3}$  zur Folge hat. Gleichzeitig sinken dann aber auch die Zinsen des im Holzbestand steckenden Kapitals um  $\frac{1}{3}$ .

Unserer Berechnung liegt ferner die stillschweigende Voraussetzung zum Grunde, daß alle Holzsortimente von den Deckelschäften und Bohnenstangen an bis zu den Balken stets einen Markt finden, und in jedem Jahr abgesetzt werden können. Ein so ausgedehnter und gesicherter Markt findet sich aber nur in der Nähe großer Städte und an schiffbaren Kanälen und Flüssen.

Fehlt aber eine so günstige Lage, so hängt der Absatz des Bau- und Nutzholzes von dem Zufall ab, ob in dem Umkreis von einigen Meilen mehr oder weniger Bauten vorgenommen werden, mehr oder weniger Koppelricke u. s. w. gebraucht und begehrt werden. Der regelmäßige Holzabsatz ist hier also keineswegs gesichert.

Sollen hier nun die Durchforstungen regelmä<sup>ß</sup>ig fortgeführt werden — was nothwendig ist, um den berechneten Holzertrag zu erzielen — so mu<sup>ß</sup> in manchen Jahren ein Theil des Bau- und Nutzholzes in Fäden geschlagen und als Brennholz zu weit niedrigern Preisen verkauft werden; oder es müssen Holzmagazine errichtet werden, für welche dann die Zinsen des Kapitals und die übrigen Aufbewahrungs<sup>s</sup> kosten in Abzug zu bringen sind.

Der hieraus entstehende Verlust mu<sup>ß</sup> wiederum für jeden verschiedenen Standort verschieden angeschlagen werden.

Für den Standpunkt, den ich zum Grunde lege, nehme ich an, daß die durch Verminderung des Holzwerthes entstehende Verminderung der Einnahme  $\frac{1}{4}$  der § 21 berechneten Summe beträgt.

Es gehen demnach von der § 21 angegebenen Einnahme ab:

|                                                                                                                   |                                   |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|
| 1) für Verminderung des Holzertrags ein Drittel oder                                                              | 33 $\frac{1}{3}$ p <sup>ct.</sup> |
|                                                                                                                   | bleibt 66 $\frac{2}{3}$ =         |
| 2) für Abnahme des Holzwerthes ein Viertel oder 25 p <sup>ct.</sup> , dies beträgt für 66 $\frac{2}{3}$ . . . . . | 16 $\frac{2}{3}$ =                |
|                                                                                                                   | bleibt 50 p <sup>ct.</sup>        |

Von jedem Hundert des in der Tabelle § 21 berechneten Ertrags bleiben demnach fünfzig übrig.

Bei allen Vergleichungen mit der Wirklichkeit werde ich nun von der in § 21 berechneten Einnahme nur die Hälfte in Anrechnung bringen.

## § 24.

Vergleichung der Rente des Waldbodens mit der  
des Ackerlandes.

Nach § 21 beträgt für den normalen Abstand der Bäume die Einnahme pr. Waldmorgen:

$$1) \text{ aus dem Abtriebsschlag} \quad \dots \quad (3x^2 + 15x) \text{ fl.}$$

$$2) \text{ aus den Durchforstungen} \quad \dots \quad \frac{4x^2 + 20x - 100}{7x^2 + 35x - 100}$$

Davon gehen ab:

die Zinsen des Bestands-

$$\text{kapitals} \quad \dots \quad \dots \quad \frac{0,04x^3 + 0,36x^2 + 0,32x}{\text{bleibt Einnahme} - 0,04x^3 + 6,64x^2 + 34,68x - 100}$$

Für den Umlauf von  $x + 5 = 90$  Jahr gibt dies eine jährliche Einnahme von 290,8 fl. (zieht man hiervon für Administrations- und Besamungskosten 10 fl. ab, so ergibt sich wie im § 21 eine Bodenrente von 280,8 fl.)

Aus den im vorigen Paragraph angeführten Ursachen sinkt aber die Einnahme auf die Hälfte der berechneten Summe herab und beträgt mithin  $\frac{290,8}{2} = 145,4$  fl.

oder 139,8 Thlr. von 6000 □<sup>o</sup>.

Hievon ab für Administrations- und Besamungskosten pr. Waldmorgen 10 fl. oder 9,6 Thlr. auf 6000 □<sup>o</sup>; dies gibt Bodenrente pr. Waldmorgen 135,4 fl.

pr. 100 □<sup>o</sup> . 104,2 =

pr. 6000 □<sup>o</sup> . 6252 =

oder . . . . 130,2 Thlr.

Die Rente des Ackerlandes  
für einen Boden, der nach einer Brache 10 Körner im  
Rocken (10 Verl. Sch. von 100 □<sup>o</sup>) liefert.

Wenn dieser Acker eine mittlere Entfernung von 210 Ruthen vom Hofe hat, so geben (nach §. 11 des 1. Theils „des isolirten Staats“), nachdem von dem Rein-ertrag eines Guts die Zinsen von dem Kapital, was in den Gebäuden und andern vom Boden trennbaren Gegen-ständen enthalten ist, abgezogen worden, 70000 □<sup>o</sup> Acker eine Landrente von 954 Thlr.

Dies beträgt für eine Last Acker von 6000 □<sup>o</sup> (ca. 50 Magdeburger Morgen) 81,8 Thlr.

Dagegen haben wir die Bodenrente, die eine Fläche von 6000 □<sup>o</sup> durch den Waldbau liefert, = 130,2 Thlr. gefunden.

Wir gelangen also zu dem überraschenden und höchst merkwürdigen Resultat, daß der vorzügliche, in hoher Dung-kraft befindliche Rockenboden von 10 Körnern Ertrag durch den Anbau mit Kiefern eine um 60 p.Ct. höhere Rente liefert, als durch den Anbau mit Getreide.

Viell auffallender noch wird dies Verhältniß auf Boden von geringerer Fruchtbarkeit.

Gesetzt, es stände auf verschiedenen Bodenarten der Holzertrag in direktem Verhältniß mit dem Körnerertrag derselben, so ergeben sich die nachstehenden Resultate.

1) Auf Boden von 9 Körnern Ertrag.

Der Holzertrag und damit auch die Einnahme für Holz ist hier um  $\frac{1}{10}$  geringer als auf dem Boden von 10 Körnern und beträgt demnach  $\frac{9}{10} \times 139,8$   
 $= 125,8$  Thlr. von 6000 □<sup>o</sup>.

Hievon ab für Besamungs- und

Administrationskosten . . . 9,6 =

gibt Bodenrente 116,2 Thlr. für 6000 □<sup>o</sup>.

Die Landrente ist (nach § 11 des 1. Theils des „isolirten Staat“) 65,1 Thlr.

2) Boden von 8 Körnern Ertrag.

|                                                        |                               |
|--------------------------------------------------------|-------------------------------|
| Die Einnahme ist $\frac{8}{10} \times 139,8$ . . . . . | 111,8 Thlr.                   |
| Für Besamungskosten ic. gehen ab . . . . .             | 9,6 =                         |
|                                                        |                               |
|                                                        | Bleibt Bodenrente 102,2 Thlr. |

Die Landrente, welche der Ackerbau gewährt,  
beträgt von 6000 □<sup>o</sup> . . . . . 48,5 =

3) Boden von 7 Körnern Ertrag.

|                                                            |                              |
|------------------------------------------------------------|------------------------------|
| Einahme aus dem Holz $\frac{7}{10} \times 139,8$ . . . . . | 97,8 Thlr.                   |
| Davon ab an Unkosten . . . . .                             | 9,6 =                        |
|                                                            |                              |
|                                                            | Bleibt Bodenrente 88,2 Thlr. |

Die Landrente dieses Bodens beträgt . . . . . 31,9 =

4) Boden von 6 Körnern Ertrag.

|                                                            |                                 |
|------------------------------------------------------------|---------------------------------|
| Einahme aus dem Holz $\frac{6}{10} \times 139,8$ . . . . . | 83,8 Thlr.                      |
| An Unkosten gehen ab . . . . .                             | 9,6 =                           |
|                                                            |                                 |
|                                                            | Es bleibt Bodenrente 74,2 Thlr. |

Durch den Ackerbau liefert dieser Boden nur  
eine Landrente von . . . . . 14,3 =

Die Waldrente,

bestehend aus der Bodenrente und den Zinsen des im Holzbestand steckenden Kapitals, ergibt sich, wenn man von dem Gesamteinkommen aus dem Holz die Kosten der Besamung und der Administration abzieht.

Das Einkommen beträgt:

|                                                     |                             |
|-----------------------------------------------------|-----------------------------|
| 1) aus dem Abtriebschlag (§ 21) $3x^2 + 15x$        |                             |
| 2) aus den Durchforstungen . . . $4x^2 + 20x - 100$ |                             |
|                                                     | zusammen $7x^2 + 35x - 100$ |

Für den 90jährigen Umlauf, bei welchem  $x = 85$  ist, gibt dies pr. Waldmorgen 593 fl., pr. 6000 □<sup>o</sup> 570,2 Thlr.

Wegen der im vorigen Paragraph angeführten Abweichungen kommt davon nur die Hälfte in Anrechnung mit . . . . . 285,1 Thlr. Hieron gehen die Besamungs- und Administrationskosten ab mit . . . . .  $\frac{9,6}{9,6} =$   
und es ergibt sich eine Waldrente von 275,5 Thlr. Für den Boden von 9 Körnern Ertrag beträgt das Einkommen  $\frac{9}{10} \times 285,5$  . . . . . 256,6 Thlr. Hieron die erwähnten Unkosten abgezogen mit  $\frac{9,6}{9,6} =$  gibt Waldrente 247 Thlr.

Die Weiterführung dieser Rechnung ergibt für den Boden von 8 Körnern Ertrag eine Waldrente von 218,5 Thlr.

$\begin{array}{rccccc} = & 7 & = & = & = & = & 190 \\ = & 6 & = & = & = & = & 161,5 \end{array} =$

#### Zusammenstellung.

Eine Fläche von 6000 □<sup>o</sup> liefert, je nachdem sie zum Waldbau mit Kiefern im 90jährigen Umlauf, oder zum Ackerbau benutzt wird:

| Wenn die Ertragsfähigkeit<br>des Bodens ist | Beim<br>Waldbau      | Beim<br>Ackerbau    | Verhältnis<br>zwischen<br>Beiden. | Waldrente. |
|---------------------------------------------|----------------------|---------------------|-----------------------------------|------------|
|                                             | Bodenrente.<br>Thlr. | Landrente.<br>Thlr. |                                   |            |
| 10 Körner . . .                             | 130,2                | 81,8                | 160 : 100*)                       | 275,5      |
| 9 = . . .                                   | 116,2                | 65,1                | 179 : 100                         | 247        |
| 8 = . . .                                   | 102,2                | 48,5                | 211 : 100                         | 218,5      |
| 7 = . . .                                   | 88,2                 | 31,9                | 276 : 100                         | 190        |
| 6 = . . .                                   | 74,2                 | 15,3                | 485 : 100                         | 161,5      |

Auf den geringern Bodenklassen von 5, 4, 3 Körnern Ertrag wird der Ertrag, den der Waldbau im Vergleich

\*) Bei dieser Vergleichung ist der Ertrag des Ackerlandes immer zu 100 angenommen.

mit dem Ackerbau liefert, noch weit bedeutender. Aber vielleicht ist auf solchen Bodenarten im ersten Umlauf kein Bauholz zu erzielen, und dann tritt eine ganz andere Berechnung ein.

Mit der in der hiesigen Gegend vorherrschenden Ansicht, als könne nur der für den Ackerbau werthlose Boden mit Vortheil dem Kiefernhanbau gewidmet werden, und als müßten auf jedem bessern Boden die Kiefern ausgerodet werden, tritt das Resultat unserer Berechnung in den grellsten Widerspruch.

Es sind aber für die Abweichungen, welche in der Wirklichkeit von unsfern idealen Voraussetzungen statt finden, im § 23 so erhebliche Abzüge gemacht, daß nach meiner Ansicht in den mehrsten Verhältnissen die Abzüge sich geringer, der Ertrag sich höher stellen wird, als hier berechnet worden.

Es wäre interessant, den Ursprung dieser öffentlichen Meinung, die ich für alle Gegenden, in welchen das Bauholz den angenommenen Preis hat, für durchaus irrig halten muß, zu verfolgen.

Wahrscheinlich hat sie in der mangelhaften Behandlung des Waldes und namentlich in der fehlerhaften Durchforstungsmethode, bei welcher nicht blos der Holzzuwachs gar sehr vermindert wird, sondern auch die Zwischenutzungen größtentheils verloren gehen, ihren Ursprung — und auf solche Erfahrungen gestützt, pflegt sich dann eine öffentliche Meinung zu bilden, die ohne tiefere Prüfung sich mehrere Generationen hindurch erhalten kann.

Unsere Untersuchung zeigt ferner, daß die Besorgniß, als müsse das Bauholz mit dem allmäßigen Verschwinden der Urwälder immer höher im Preise steigen, ganz unbegründet ist.

Es wird im Gegentheil, wenn die Kenntniß der rationalen Forstwirthschaft sich verbreitet hat, und diese überall eingeführt ist, der Preis von 4 fl.  $\text{N}^{\frac{2}{3}}$  für den K. F. Kiefernbaumholz sich nicht behaupten können, sondern sinken müssen.

---

### § 25.

#### Anwendungen.

##### A. In Beziehung auf die Verhältnisse Mecklenburgs im Allgemeinen.

Wenn eine Stadt ihren Holzbedarf zum Theil aus der eine Meile, zum Theil aus der 5 Meilen entfernten Gegend bezieht, und das Holz aus beiden zu gleichen Preisen bezahlt wird, so ist der Werth des Holzes in dem der Stadt nahen Walde um den Betrag der Transportkosten auf 4 Meilen höher, als in dem entfernten Walde. Diese Differenz ist aber sehr bedeutend, und ist — wie im ersten Theil des „isolirten Staat“ nachgewiesen ist — sehr viel größer als der Unterschied im Werth des Getreides auf dem eine Meile und 5 Meilen von der Stadt entfernten Gut.

Mit dieser Aenderung im Werth der Erzeugnisse steht aber die Aenderung in der Boden- und Landrente in enger Verbindung.

Übersteigt nun aber schon in der 5 Meilen von der Stadt entfernten Gegend die Bodenrente des Waldbauers die des Ackerlandes, so muß dies in der Nähe der Stadt in noch weit größerem Maas der Fall sein.

Bernünftigerweise müßte also auch in der Nähe der Stadt das Land holzreicher sein, als in der entferntern Gegend.

Blicken wir nun auf die größern Städte Meklenburgs, auf Rostock, Schwerin und Wismar, so sehen wir, daß in der Wirklichkeit grade das Gegentheil stattfindet. Je mehr wir uns diesen Städten nähern, desto mehr verschwinden die Hölzungen, und längs der Chaussee von Laage nach Rostock erblickt man, mit geringfügigen Ausnahmen, nur kahle, holzlose Felder, während man an der Chaussee von Teterow nach Laage, in der 5—6 Meilen von Rostock entfernten Gegend, wo doch das Holz einen sehr viel geringern Werth hat, sich überall von Hölzungen umgeben sieht.

Die größern Städte erscheinen hier also als Holzwüster, während sie naturgemäß der Hebel zum erweiterten Holzanbau sein sollten.

Welcher Widerspruch findet sich hier zwischen der Theorie und Praxis!

Die Folge davon aber ist, daß in Rostock vor Anlegung der Chausseen der Hafen Buchenholz mit 14 bis 16 Th.  $\text{N} \frac{2}{3}$  bezahlt wurde.

Weit schlimmer aber ist es, daß längs der Ostseeküste Meklenburgs der Bedarf an Kiefern- oder Fichten-Bauholz nicht im Lande selbst erzeugt wird, sondern zum größern Theil aus Schweden, Norwegen und Finnland eingeführt werden muß.

Ein angesehener Kaufmann in Rostock, der selbst einen bedeutenden Holzhandel betrieb, gab mir auf meine Erkundigung über die Holzeinfuhr Meklenburgs die Erklärung:

daß er den Werth des aus den nordischen Häfen jährlich nach Rostock eingeführten Holzes auf 50,000 Thlr.  $\text{N} \frac{2}{3}$  schäze und daß Wismars Holzeinfuhr ungefähr von gleichem Betrage sein werde.

Außerdem wird über Demmin ein beträchtliches Quantum Bretter nach dem nördlichen Mecklenburg eingeführt.

Da es nun im nördlichen Mecklenburg Land genug gibt, was sich höher durch den Anbau der Kiefern als durch den Getreidebau nutzen lässt, so können die Grundbesitzer, wenn sie ihr eigenes Interesse und die rationelle Forstwirtschaft erkannt haben, dem Lande in der Zukunft die Zahlung von mindestens 100,000 Thlr., welche jetzt für Bauholz ins Ausland gehen, ersparen.

Nun ist zwar nicht, wie eine triviale Ansicht wähnt, jede Ersparung an der Ausfuhr edler Metalle eine Vermehrung des Nationaleinkommens, sondern es kann sogar das Gegenteil eintreten, wie sich an nachstehendem Beispiel zeigt.

Mecklenburg zahlt vielleicht für die aus Angeln und Fürtland eingeführten Starken eine eben so große Summe an das Ausland, wie für eingeführtes Bauholz. Dies Geld könnte durch eigne Aufzucht des Rindvieches dem Lande offenbar erhalten bleiben. Wenn aber das Jungvieh hier aufgezogen werden soll, so muß weniger Milch- und Mastvieh gehalten werden, und wenn die Ausfuhr von Butter und Fettvieh dadurch um 120,000 Thlr. vermindert wird, so bringt die Ersparung der Ausfuhr von 100,000 Thlr. dem Lande keinen Gewinn, sondern einen Verlust von 20,000 Thlr.

Ganz anders aber verhält es sich mit dem Gelde, was für Holz aus dem Lande geht; denn nach unserer Berechnung im vorigen Paragraphen liefert der Boden von 6 Körnern Ertrag durch den Waldbau noch über das vierfache dessen, was derselbe als Ackerland an Rente trug, und es fordert demnach die Erzeugung des Holzes, wofür jetzt 100,000 Thlr.

aus dem Lande gehen, nur ein Opfer von höchstens 25,000 Thlr.

Durch die Produktion des Holzbedarfs im eignen Lande wird demnach das Nationaleinkommen um mindestens 75,000 Thlr. jährlich erhöht.

So beträchtlich nun auch diese Erhöhung ist, so bietet sich doch im Süden Meklenburgs eine noch weit reichere Quelle für die Vermehrung des Nationaleinkommens dar.

Im südlichen Meklenburg ist der sandige, als Acker wenig Rente tragende Boden vorherrschend, und durch die Schiffbarmachung der Elde und der Havel ist der Absatz für das Holz nach Berlin und nach Hamburg, also nach zwei Marktplätzen, deren Ueberfüllung gar nicht zu fürchten ist, eröffnet.

Es ist in der That ein erfreulicher Gedanke, daß Meklenburg in der Erweiterung und Verbesserung der Forstkultur noch ein so weites Feld für die Erhöhung seines Nationalreichtums besitzt.

#### B. In Beziehung auf die speciellen Verhältnisse des Guts Tellow.

Im § 21 haben wir das Verhältniß der Bodenrente zwischen dem 90jährigen und 35jährigen Umtrieb wie 280,s : 151 = 100 : 54 gefunden.

Der lange Umtrieb ist also sehr viel vortheilhafter, als der kurze Umtrieb.

Dessenungeachtet habe ich auf dem Gut Tellow einen 35jährigen Turnus eingeführt.

Damit dies nun nicht als ein Widerspruch zwischen Wissen und Handeln, als eine thatfächliche Missbilligung der ausgesprochenen Ansichten erscheint, muß ich die örtlichen Verhältnisse des Guts Tellow hier kurz erwähnen.

Die auf mehren Stellen zerstreut liegenden Kiefernholzungen betragen zusammen nur 13000 □<sup>o</sup> (110 Magd. Morgen).

Der Boden dieser Hölzungen ist sehr wechselnd und in hohem Grade verschieden, und besteht theils aus Sand, theils aus gutem Ackerboden mit untermischten Schrindstellen und Lehmhügeln, die im Untergrunde Lehmmergel enthalten.

Anfangs wuchsen die Kiefern auf allen Bodenarten mit Ausnahme der Schrindstellen rasch empor. Mit dem Alter von 30 Jahr fingen aber die Bäume auf den Lehmböden, welche sich allmählig mit der wilden Himbeere (*Rubus idaeus*) bekleideten, an, zu kränkeln und starben nach und nach ab. Auf diese Weise entstanden höchst widrige Blößen, die sich allmählig mehr und mehr erweiterten, und ich bin dadurch wider meinen Willen zur Einführung eines kurzen Umltriebs genöthigt worden.

## Fortsetzung.

Bei weiterer Fortführung dieser Schrift müssen folgende Gegenstände der Bearbeitung unterzogen werden:

### 4. Abschnitt.

- § 26. Beurtheilung der Ansicht des Hrn. Cotta, nach welcher die Privat-Waldbesitzer stets ein Interesse haben, ihre Wälder zu devastiren.
- § 27. Vergleichung unserer Berechnung mit den Ansäzen und Angaben verschiedener Forstmänner
- A. in Bezug auf den Holzertrag des Abtriebschlags,
  - B. in Bezug auf die Abstandszahl,
  - C. in Bezug auf den Durchforstungsertrag.
- Vergleichung mit der Berechnung des Durchforstungsertrags des Herrn Hartig, um wo möglich Licht darüber zu erhalten, warum die Forstmänner den Durchforstungsertrag so unnatürlich geringe annehmen.
- § 28. Wenn unter allen Umständen nur  $\frac{1}{3}$  des Gesammtzuwachses in den bleibenden Bestand übergehen kann, wo bleiben dann die übrigen  $\frac{2}{3}$ , wenn überall nicht durchgeforstet wird?

## 5. Abschnitt.

§ 29. Wie ist der Werth des zum Waldbau bestimmten Bodens zu berechnen, wenn derselbe noch gar nicht besamt ist?

A. Die Methode des Herrn Nagel und Mittheilung seiner Berechnung.

Diese Berechnung enthält aber einen Widerspruch mit dem Princip, daß der Umtrieb nicht über den Punkt hinaus verlängert werden darf, bei welchem die höchste Bodenrente stattfindet.

Nagel nimmt einen 120jährigen Umtrieb an und berechnet den Werth des Bodens von  $1000 \square^o$  zu 300,3 Thlr., wovon aber die Besamungskosten abzuziehen sind.

Nach seinen eigenen Ansätzen würden aber  $1000 \square^o$  beim 30jährigen Umtrieb einen Werth haben von  $4 \times 212,6 = 850,4$  Thlr. und beim 60jährigen Umtrieb von  $2 \times 307,1 = 614,2$  Thlr., wovon aber die Besamungskosten abzuziehen sind.

Beim 60jährigen Umtrieb würde also der Boden ungefähr den doppelten Werth als beim 120jährigen Umtrieb haben.

§ 30. Berechnung des Bodenwerths nach unseren Ansätzen.

§ 31. Bei welchem Umtrieb ergibt sich hier der höchste Bodenwerth?

§ 34. Vergleichung des gefundenen Bodenwerths mit der Bodenrente eines schon vorhandenen, in regelmäßigen Schlägen liegenden Waldes.

## 6. Abschnitt.

## Uebergang zum isolirten Staat.

§ 35. In den jenseits des Kreises der Forstwirthschaft liegenden Gegenden findet kein Holzverkauf statt. Jedes Gut erzeugt nur seinen eigenen Bedarf. Die Aufgabe ist hier zu erforschen, bei welcher Durchforstungsmethode und welcher Umtriebszeit das Holz mit den geringsten Kosten erzeugt wird.

Hier tritt nun die Bodenrente, welche der Boden vermittelst des Getreidebaues geben kann, als Bestandtheil des Produktionspreises des Holzes mit ein.

Die Landrente wird aber mit der größern Entfernung von der Stadt immer geringer, und es fragt sich nun, welchen Einfluß die größere oder geringere Rente des Bodens auf den Forstbetrieb ausübt.

§ 36. Grundsätze zur Bestimmung des Preises der Hölzer von verschiedener Stärke. Der Boden muß dieselbe Landrente tragen, er mag nun in einem kürzern Umlauf schwaches, oder in einem längern Umlauf starkes Holz liefern. Insoweit ist also die Frage leicht zu beantworten. Aber in einem längern Umtrieb wird das schwächere Holz als Nebennutzung aus den Durchforstungen gewonnen.

Damit hören nun die Produktionskosten auf, Maasstab des Preises zu sein, und die Lehre vom Preise der Güter verliert hier ihre Anwendung. Aber rein zufällig kann dieser Preis auch nicht sein; welches sind denn aber die Motive, durch welche er bestimmt wird? Diese Frage scheint, wenn wir sie nicht für einzelne Lokalitäten, sondern allgemein aufstellen, äußerst schwierig zu beantworten. Vielleicht kann die

Bergleichung der Werthsberechnung des noch unbesamten Bodens mit der Bodenrente, die der regelmä<sup>ß</sup>ig bewirthschaftete Forst gewährt, hierüber Anhaltspunkte geben.

§ 37. Welchen Einfluß übt im Kreise der Forstwirthschaft das Steigen oder Fallen der Holzpreise in der Stadt auf den Forstbetrieb aus?

Erzeugungskosten des Buchenholzes als Brennholz auf Bodenarten von verschiedener Landrente.

Da die Buche nur auf besserm Boden, der in der Ebene eine beträchtliche Landrente abwirft, gebaut werden kann, so wird der Produktionspreis des Buchenholzes sich so hoch stellen, daß mit dem Verschwinden der Urwälder die Buche künftig aus unsren Wäldern verschwinden und in der Zukunft nur noch als Zierbaum in den Gärten vorkommen wird. Es folgt hieraus aber, wie antinationalökonomisch es ist, ein Servitut zur immerwährenden Lieferung von Buchenholz aufzulegen und wie unbedacht sam die mecklenburgische Abgeordnetenkammer gehandelt hat, indem sie die Lieferung einer großen Quantität Buchenholz auf ewige Zeiten übernahm.

Ganz anders stellen sich die Erzeugungskosten des Buchenholzes in den gebirgigen Gegenden, wo der gute thonige Boden wegen Steilheit der Abhänge nicht als Ackerland, sondern nur als Weide genutzt werden kann und als solche nur eine geringe Rente abwirft.

---

### 7. Abschnitt.

§ 38. Die höchste Bodenrente findet nach unserer Berechnung beim 90jährigen Umltrieb statt. Das 90jährige Holz liefert aber noch keine starken Balken und keine Säge-

blöde. Betrachten wir nun, was dem längern Umltrieb hindernd in den Weg tritt, so finden wir die Ursache davon in dem starken Wachsen der Zinsen des Bestandkapitals.

Nun ist aber das Bestandkapital keine unveränderliche Größe, wir können dasselbe vielmehr durch größere Lichtstellung der Bäume wesentlich vermindern. Mit der größeren Lichtstellung mindert sich aber gleichzeitig der Zuwachs. Der Zuwachs ist aber für jede Abstandszahl nach § 19 zu berechnen, und wir sind dadurch in die Lage gesetzt, sowohl die Abnahme der Zinsen, als die des Zuwachses dem Kalkül zu unterwerfen.

Die als Bauholz zu erzielenden Kiefern bedürfen, wenn die Bäume die zu ihrem Zweck erforderliche Form erhalten sollen, eines geschlossenen Standes. Haben aber die Bäume die zum Bauholz erforderliche Schaftlänge und den geraden Wuchs einmal erlangt und kommt es nur darauf an, den Durchmesser derselben zu verstärken, so können sie jede Lichtstellung ertragen, ohne an Brauchbarkeit zu verlieren.

Mit dem Alter von 90 Jahren haben die Bäume sicherlich die erforderliche Gestalt und Länge erlangt.

Gesetzt nun, man gibt nach dem 90. Jahr den Bäumen den 24fachen Abstand statt des 12fachen Abstandes, so sinkt das Bestandkapital — nicht des ganzen Waldes, sondern des letzten Schlags auf  $\frac{1}{4}$  herab.

Beim 24fachen Abstand sinkt nach § 19 der Zuwachs in dem Verhältniß von 99,5 zu 74,6, d. i. von 1 auf  $\frac{3}{4}$  herab.

Welchen Einfluß hat diese Änderung des relativen Abstandes auf die Bodenrente?

Beim 90jährigen Umltrieb beträgt nach § 21 die Bodenrente 280, s fl. pr. Waldmorgen. Es fragt sich nun, ob wohl auch die Schläge von mehr als 90jährigem Alter eine gleiche oder höhere Bodenrente liefern können, wenn den Bäumen der 24fache Abstand gegeben wird.

Diese Frage wird beantwortet, wenn wir vom Werth des Zuwachses des letzten Schlages die Zinsen des in diesem Holzschlag steckenden Kapitals abziehen.

Beim 12fachen Abstand hat der  $x + 5$  Jahr alte Schlag einen Holzbestand von  $100 x \text{ R.-\text{f.}}$ .

Der Werth von  $100 \text{ R.-\text{f.}}$  ist  $= 3(x + 5)$ .

Der Werth des Holzschlages ist also  $= 3x^2 + 15x$ .

Wird dieser Schlag nicht abgetrieben, so ist der Werth des Bestandes im nächstfolgenden Jahre folgender:

Holzbestand des  $x + 6$ ten

Schlages . . . . .  $(x + 1) 100 \text{ R.-\text{f.}}$

Werth pr.  $100 \text{ R.-\text{f.}}$  . . .  $3(x + 6)$

Werth des Holzschlages  $(x + 1)(x + 6) = 3x^2 + 21x + 18$

Hievon ab der Werth des Holzschlages

im vorhergehenden Jahr mit . . .  $3x^2 + 15x$

gibt den einjährigen Zuwachs des bleibenden

Bestandes . . . . .  $6x + 18$

Nach § 21 S. 103 beträgt das Bestandkapital

$x^3 + 9x^2 + 8x$ .

Wird der Umtrieb um 1 Jahr verlängert, so verändert sich  $x$  in  $x + 1$ . Dies gibt:

$$x^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

$$9x^2 = 9x^2 + 18x + 9$$

$$8x = 8x + 8$$

$$\text{Summa } x^3 + 12x^2 + 29x + 18$$

Hievon ab das frühere Kapital mit  $x^3 + 9x^2 + 8x$

gibt Zunahme des Kapitals  $3x^2 + 21x + 18$

Wir haben für das  $x + 6$ te Jahr

nur den Holzwerth des  $x + 5$ ten

Jahrs in Rechnung gebracht mit

$$3x^2 + 15x$$

gibt Unterschied

$$6x + 18$$

d. i. genau die Werthzunahme des letzten Jahrs.

Die Einnahme aus dem Abtriebschlag und den Durchforstungen zusammen beträgt  $7x^2 + 35x - 100$ .

Setzt man hier  $x + 1$  für  $x$ , so ist:

$$7x^2 = 7x^2 + 14x + 7$$

$$35x = 35x + 35$$

$$- 100 = \frac{- 100}{7x^2 + 49x + 42 - 100}$$

Davon abgezogen die Einnahme

für  $x$  Jahre mit . . .  $\frac{7x^2 + 35x - 100}{14x + 42}$   
gibt Zunahme der Einnahme . . .  
also  $4x$  mehr als oben berechnet.

Für  $x = 85$  beträgt die Mehreinnahme:

$$14x = 1190$$

$$+ 42 = \frac{42}{\dots} 1232$$

Der Mehrbetrag des Kapitals ist:

$$3x^2 = 21675$$

$$21x = 1785$$

$$+ 18 = \frac{18}{23478}$$

Hievon die Zinsen mit 4 pCt. gibt . . .  $\frac{939}{\text{bleibt } 293}$

Hievon für Administrationskosten . . .  $\frac{8}{\text{bleibt Bodenrente } 285}$

Der Ueberschuss der Werthzunahme des Abtriebschlages über die Zinsen des im Werth des Holzschlages steckenden Kapitals muß so hoch sein als die Bodenrente, die der Umltrieb für den Durchschnitt aller Schläge ergibt. Denn wäre der Ueberschuss des Abtriebschlages größer, so müßte konsequenterweise der Umltrieb verlängert, wäre derselbe kleiner, so müßte der Umltrieb verkürzt werden.

Dies führt nun zu der Frage: Bei welcher Umltriebszeit ist der Ueberschuss, den der Abtriebschlag liefert, gleich

dem Durchschnitt der Bodenrente, die der ganze Umlauf gewährt?

Die Einnahme ist  $= 14x + 42$  und nach Abzug von 8 fl. Administrationskosten  $= 14x + 34$ .

Der Werth des x + 5ten Schlages ist =  $3x^2 + 15x$

Hiezu Werthzunahme während eines Jahrs 6 x + 18

Werth des x + 6ten Schlags  $3x^2 + 21x + 18$

$$\text{Hievon die Zinsen} \quad \dots \quad 0,12x^2 + 0,84x + 0,72$$

Diese von der Einnahme. . . . . 14,00 x + 34

abgezogen, gibt Ertrag des

$$x + 6 \text{ten Schlags} \quad \dots \quad -0,_{12} x^2 + 13,_{16} x + 33,_{28}$$

Bei welchem Werth von  $x$  erreicht nun dieser Ueberschuss die mittlere Bodenrente von 280,-?

Die Gleichstellung ergibt:

$$-0,12x^2 + 13,16x + 33,28 = 280,8$$

$$- 12x^2 + 1316x + 3328 = 28080$$

$$-3328 = -3328$$

$$- 12x^2 + 1316x = 24652$$

$$x^2 - 109,6x = -2054$$

$$+3003 = +3003$$

$$x = 54.s = \sqrt{949} = 30.s$$

$x = 85.6$

und der Umltrieb  $x + 5 = 90,6$  Jahr.

Die Werthzunahme des Holzbestandes beträgt in

Der Ertrag des Durchforstungsholzes beträgt

der Masse nach das Doppelte der Zunahme

des Abtriebsschlags, dem Werth nach aber

$$2 \times \frac{2}{3} = 1 \frac{1}{3} \text{ desselben, also } 1 \frac{1}{3} (6x + 18) = 8x + 24$$

$$\text{Einnahme} = 14x + 42$$

Davon ab für Administrationskosten . . . . . 8

$$\text{bleibt } 14x + 34$$

Der Holzwerth des  $x + 5$ ten Schlags ist  
 $3x^2 + 15x$ . Hiezu den einjährigen Zu-  
wachs mit  $6x + 18$  gibt den Holzwerth des  
 $x + 6$ ten Schlags =  $3x^2 + 21x + 18$ .

Hievon die Zinsen à 4 p.Ct. =  $-0,12x^2 + 0,84x + 0,72$   
Nach Abzug der Zinsen bleibt

Überschüß . . . . .  $-0,12x^2 + 13,16x + 33,28$

Dies gibt für  $x = 85$ :

$$\begin{array}{rcl} -0,12x^2 & = & -867 \\ +13,16x & = & 1118,60 \\ +33,28 & = & 33,28 \\ \hline & & 1151,88 \end{array}$$

bleibt Bodenrente 284,88

Wie ändern sich nun Einnahme, Bestandkapital und Bodenrente, wenn nach dem 90. Jahr der Wald so gelichtet wird, daß die Bäume den 24fachen Abstand erhalten?

Der Zuwachs und auch die Einnahme aus dem einjährigen Zuwachs sinken nach § 19 in dem Verhältniß von  $99,5 : 74,6 = 4 : 3$ .

Die Jahres-Einnahme beträgt demnach:

$$\frac{3}{4}(14x + 42) = 10,5x + 31,5.$$

Davon gehen ab die Administrationskosten mit  $\frac{8}{100}$   
bleibt Einnahme  $10,5x + 23,5$ .

Soll den Bäumen, die jetzt einen 12fachen Abstand haben, der 24fache Abstand gegeben werden, so kann nur  $\frac{1}{4}$  der Bäume stehen bleiben und damit sinkt das Bestandkapital auf  $\frac{1}{4}$ , also

$$\frac{1}{4}(3x^2 + 21x + 18) = . . . 0,75x^2 + 5,25x + 4,5$$

Hievon betragen die Zinsen . . .  $0,03x^2 + 0,21x + 0,18$

Diese von der Einnahme = . . .  $10,5x + 23,5$

abgezogen, gibt Bodenrente  $-0,03x^2 + 10,29x + 23,32$

Für  $x = 85$  gibt dies:

$$\begin{array}{rcl} - 0,03 x^2 & = & - 216,75 \\ + 10,29 x & = & + 874,65 \\ + 23,32 & = & \underline{23,32} + 897,97 \\ & & \text{bleibt Bodenrente } 681,22 \end{array}$$

Wir erhalten also das höchst auffallende Resultat, daß durch die größere Lichtstellung der Bäume die Bodenrente von 285 auf 681 steigt, sich also mehr als verdoppelt.

Die Umltriebszeit sei = 120,  $x$  also = 115.

Alsdann ist

$$\begin{array}{rcl} - 0,03 x^2 & = & \frac{3}{100} \times 13225 = - 396,75 \\ 10,29 x & = & + 1183,35 \\ + 23,32 x & = & \underline{23,32} \quad 1206,67 \\ & & \text{die Bodenrente } 809,92 \end{array}$$

Für  $x = 135$  ist die Umltriebszeit = 140 Jahr und

$$\begin{array}{rcl} 10,29 x & = & 1389,15 \\ + 23,32 & = & \underline{23,32} \quad 1412,17 \\ - 0,03 x^2 & = & - 546,75 \\ & & \text{Bodenrente } 865,72 \end{array}$$

Die Bodenrente ist hier noch fortwährend im Steigen und es fragt sich, bei welchem Werth von  $x$  diese das Maximum erreicht. Das Differential der Funktion

$$\begin{array}{rcl} - 0,03 x^2 + 10,29 x + 23,32 \text{ gleich Null gesetzt, gibt} \\ \frac{- 0,06 x dx + 10,29 dx = 0}{0,06 x = 10,29} \\ x = 171,5 \end{array}$$

und die vortheilhafteste Umltriebszeit = 176,5 Jahr.

Hier nach wäre der 176jährige Umltrieb noch vortheilhafte als der 140jährige.

Da aber stärkeres Holz, als der 140jährige Umltrieb liefert, wohl fast nirgendwo begehrt wird und der Werth

dieselben pr. K.-F. dann mit dem stärkern Durchmesser nicht mehr wächst: so dürfte dieser Rechnung nach das Maximum der Bodenrente beim Umtrieb von 140 Jahr erreicht sein.

Bei dieser Berechnung ist von folgenden mitwirkenden Umständen abstrahirt worden:

1) bei gleichbleibender Abstandszahl nimmt wahrscheinlich nach dem 90. Jahr der Zuwachs der einzelnen Stämme und des ganzen Waldes allmälig ab;

2) dagegen nimmt bei der Verdoppelung des Abstandes der jährliche Zuwachs der einzelnen Stämme um mehr als  $\frac{1}{6}$  Zoll zu und damit steigt der Werth des Holzes pr. K.-F. im grössern Verhältniß, als wir berechnet haben;

3) bei dem sehr lichten Stand der Bäume geht ein grösserer Theil des Holzzuwachses in die Reste und Kronen der Bäume über, und ein geringerer Theil des Zuwachses wird zur Schaftbildung verwandt.

Bei einer genauen und vollständigen Durchführung dieser Lehre — die ich aber Andern überlassen muß — müssen diese mitwirkenden Umstände allerdings in den Kalkül mit aufgenommen werden.

Ich habe hier, um die Rechnung nicht zu verwickeln, sowohl für den 91jährigen als für den 140jährigen Umtrieb dieselbe Abstandszahl 24 angenommen.

Es leidet aber keinen Zweifel, daß die starke Eichtung nicht auf einmal, sondern nach und nach vorgenommen werden muß und daß für jedes Alter oder vielmehr für jede Stärke der Bäume eine verschiedene Abstandszahl stattfinden muß, wenn das Maximum der Bodenrente in jedem Jahr erreicht werden soll. Die Aufgabe ist nämlich die, für jede Stärke der Bäume die Abstandszahl zu finden, bei welcher

der Jahresertrag nach Abzug der Zinsen des Bestandkapitals der höchste ist.

Früher haben wir den höchsten Werthzuwachs als Ziel angenommen. Hier ändert sich aber dieses Ziel, indem wir jetzt den höchsten Überschuss des Werthzuwachses über die Zinsen des Bestandkapitals, also die höchste Bodenrente, nicht für den ganzen Umlauf, sondern für jedes einzelne Jahr zu erforschen streben.

Durch die im § 19 entwickelte Formel über das Verhältnis zwischen Abstand und Zuwachs der Bäume sind wir in den Stand gesetzt, diese Aufgabe dem Kalkül zu unterwerfen.

Für den 12fachen Abstand ist der Zuwachs des bleibenden Bestandes 100 R.-F. pr. Waldmorgen und der jährliche Werthzuwachs incl. der Durchforstung  $14x + 42$ .

Für den Abstand  $y$  ist der Zuwachs des bleibenden Bestandes nach § 19  $= 2388 \left( \frac{y-6}{y^2} \right)$  R.-F.

Der Ertrag und Werth des Holzzuwachses verhält sich also für die beiden Abstände 12 und  $y$  wie

$100 : 2388 \left( \frac{y-6}{y^2} \right) = 1 : 23,88 \left( \frac{y-6}{y^2} \right)$ . Für den Abstand 12 aber ist der Werth  $14x + 34$ . Dies gibt für den Abstand  $y$  den Werth des einjährigen Holzzuwachses

$$= 23,88 \left( \frac{y-6}{y^2} \right) (14x + 34).$$

(Die Einnahme ist  $14x + 42$  und es dürfen nicht, wie hier geschehen, 8 fl. Administrationskosten abgezogen werden, indem diese nicht dem Holzertrag proportional, sondern konstant sind.)

$$= (334x + \frac{1002}{812}) \left( \frac{y-6}{y^2} \right)$$

$$= (334x + \frac{1002}{812}) y - 2004x - \frac{6012}{812}.$$

Der Holzwerth des  $x + 5$ ten Schlags ist

beim 12fachen Abstand . . . . .  $3x^2 + 15x$

Hiezu der einjährige Holzzuwachs mit . . . . .  $6x + 18$

gibt den Werth des  $x + 6$ ten Schlags.  $3x^2 + 21x + 18$

Hievon betragen die Zinsen . . . .  $0,12x^2 + 0,84x + 0,72$ .

Auf der Waldfläche von  $w \delta^2$  können beim Abstand  $12\delta$  stehen  $\frac{w \delta^2}{144 \delta^2} = \frac{w}{144}$  Bäume. Beim Abstand  $y \delta$  stehen auf dieser Fläche  $\frac{w \delta^2}{y^2 \delta^2} = \frac{w}{y^2}$  Bäume von derselben Stärke wie beim 12fachen Abstand.

Das Bestandskapital und die Zinsen desselben stehen also bei beiden Abständen in dem Verhältniß von

$$\frac{w}{144} : \frac{w}{y^2} = \frac{1}{144} : \frac{1}{y^2} = 1 : \frac{144}{y^2}.$$

Nehmen wir nun statt des dem Abtrieb folgenden das dem Abtrieb vorhergehende Jahr zur Basis unserer Untersuchung.

Im  $x + 5$ ten Jahr ist der Werth des Holzes pr. 100  $\mathcal{R}.\mathcal{F}.$  =  $3(x + 5) = 3x + 15$ .

Der Holzbestand =  $100x \mathcal{R}.\mathcal{F}.$

Der Werth des Bestandes also  $3x^2 + 15x$ .

Im Jahr vorher ist der Werth pr. 100  $\mathcal{R}.\mathcal{F}.$   
=  $3(x + 4) = 3x + 12$ .

Der Bestand ist =  $(x - 1) 100 \mathcal{R}.\mathcal{F}.$

Der Werth des Bestandes also  $(x - 1)(3x + 12)$   
=  $3x^2 + 12x - (3x + 12) = \dots 3x^2 + 9x - 12$

Im  $x + 5$ ten Jahr ist der Werth . . .  $3x^2 + 15x$

Der Werthzuwachs beträgt also . . . . .  $6x + 12$

Der Ertrag der Durchforstung im letzten Jahr des Umltriebs beträgt 200  $\mathcal{R}.\mathcal{F}.$  oder das Doppelte des in den bleibenden Bestand übergehenden Holzes. Bei gleichem Werth

pr. 100 R.-F. würde also der Ertrag der Durchforstung sein  $2(6x + 12) = 12x + 24$ .

Da aber das Durchforstungsholz nur  $\frac{2}{3}$  des Werths des bleibenden Holzes hat, so reducirt sich der Ertrag der Durchforstung auf  $\frac{2}{3}(12x + 24) = \dots 8x + 16$

Hiezu der Werth des bleibenden Holzes mit  $\underline{6x + 12}$   
ergibt einen Jahresertrag von  $14x + 28$

Hievon müssen die Zinsen vom Werth des Bestandes im Abtriebsjahr abgezogen werden. Da es aber zweifelhaft ist, ob auch Zinsen vom Werth des Zuwachses im Durchforstungsholz abgezogen werden, müssen wir die Zinsen nach den Ansätzen in § 18 berechnen.

Nach § 18 S. 78 ist der Werth aller Holzbestände vom 1. bis  $x + 5$ ten Jahre  $= x^3 + 9x^2 + 8x$ .

Für das  $x + 4$ te Jahr geht  $x$  in  $x - 1$  über und es verwandelt sich dann

$$\begin{array}{rcl} x^3 & \text{in} & (x-1)^3 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 \\ 9x^2 & \text{in} & 9(x-1)^2 = \quad \quad \quad 9x^2 - 18x + 9 \\ 8x & \text{in} & 8(x-1) = \quad \quad \quad \quad \quad \quad 8x - 8 \\ & & \hline & & x^3 + 6x^2 - 7x \end{array}$$

Dieser Werth abgezogen von  
dem Werth des folgenden

$$\text{Jahrs} = \dots \frac{x^3 + 9x^2 + 8x}{3x^2 + 15x}$$

gibt Zunahme des Kapitals  $3x^2 + 15x$

$$\text{Hievon betragen die Zinsen } 0,12x^2 + 0,6x$$

Diese abgezogen von der Ein-

$$\text{nahme} = \dots \frac{14x + 28}{14x + 28}$$

$$\text{gibt Ueberschuss} = -0,12x^2 + 13,4x + 28$$

Für  $x = 85$  ist

$$-0,12x^2 = -867$$

$$13,4x = 1139$$

$$+ 28 = \frac{28}{1167}$$

$$\text{gibt Ueberschuss } 300$$

Hiervon ab für Administrationskosten 8 fl., ergibt sich eine Bodenrente von 292.

Die Durchschnittsbodenrente ist aber nur 280,-.

|                                            |        |
|--------------------------------------------|--------|
| Die Bodenrente für 90 Schläge beträgt dem- |        |
| nach $90 \times 280,8 =$                   | 25272  |
| Das 90. Jahr allein liefert.               | 292    |
| Bleibt für 89 Jahre                        | 24980  |
| Dies macht für 1 Jahr.                     | 280,67 |

Die geringe Differenz röhrt vielleicht daher, daß die vortheilhafteste Umltriebszeit nicht genau 90 Jahr, sondern etwas höher ist.

Für den 12fachen Abstand ist der Zuwachs = 100 R.-F.

Für den yfachen Abstand ist nach § 19 der Zuwachs

$$\text{des bleibenden Bestandes} = 2388 \left( \frac{y-6}{y^2} \right) \mathbb{R} = \mathbb{F}.$$

Das Verhältniß zwischen beiden Abständen also wie

$$100 : 2388 \left( \frac{y-6}{y^2} \right) = 1 : 23,ss \left( \frac{y-6}{y^2} \right).$$

Für den Abstand 12 haben wir den Werth des Zu-  
wachses gefunden =  $14x + 28$ .

Für den Abstand  $y$  ist also der Werth des Zuwachses

$$\begin{aligned}
 &= 23,ss \left( \frac{y-6}{y^2} \right) (14x + 28) \\
 &= (334x + 668) \left( \frac{y-6}{y^2} \right) \\
 &= \frac{(334x + 668)y - 2004x - 4008}{y^2}.
 \end{aligned}$$

Verhältniß zwischen dem Bestandkapital des  
x + 5ten Schlages beim 12fachen und yfachen  
Abstand.

Der Durchmesser der Bäume sei  $= \delta$ , so können auf der Waldfläche  $w \delta^2$  stehen:

a. beim 12fachen Abstand  $\frac{w \delta^2}{144 \delta^2} = \frac{w}{144}$  Bäume,

b. beim yfachen Abstand  $\frac{w \delta^2}{y^2 \delta^2} = \frac{w}{y^2}$  Bäume.

Da hier Bäume von gleichem Durchmesser vorausgesetzt sind: so verhält sich der Bestand wie die Zahl der Bäume. Beim Abstand von 12 und von y verhält sich demnach der Bestand wie  $\frac{w}{144} : \frac{w}{y^2} = 1 : \frac{144}{y^2}$ .

Nun ist für den 12fachen Abstand der Betrag der Zinsen des Bestandkapitals  $= 0,12 x^2 + 0,6 x$ .

Für den yfachen Abstand gibt dies an Zinsen

$$(0,12 x^2 + 0,6 x) \frac{144}{y^2} = \frac{17,3 x^2 + 86,5 x}{y^2}$$

Diese von der Ein-

$$\text{nahme . . .} = \frac{(334 x + 668) y - 2004 x - 4008}{y^2}$$

abgezogen, gibt

$$\frac{(334 x + 668) y - 17,3 x^2 - 2090,5 x - 4008}{y^2}.$$

Bei welchem Werth von y erreicht diese Funktion das Maximum?

Das Differential ist

$$\frac{(334 x + 668) y^2 dy - (334 x + 668) 2 y^2 dy + (17,3 x^2 + 2090,5 x + 4008) 2 y dy}{y^4}$$

also  $(3,34 x + 668) y = 34,6 x^2 + 4181 x + 8016$

und  $y = \frac{34,6 x^2 + 4181 x + 8016}{3,34 x + 668}$ .

Diese Formel gibt den Werth von

$$y \text{ für } x = 0 = \frac{8016,668}{3,34} = 12,$$

$$y \text{ für } x = 100 = 23,$$

$$x = 1 = 12,2.$$

Da nun für den 12fachen Abstand die Zinsen  $0,12 x^2 + 0,84 x + 0,72$  betragen, so sind diese für den yfachen Abstand  $= (0,12 x^2 + 0,84 x + 0,72) \frac{144}{y^2}$

$$= \frac{17,3 x^2 + 121 x + 103}{y^2}.$$

Die Einnahme beträgt

$$(334x + \frac{1002}{812})y - 2004x - \frac{6012}{4872} : y^2$$

Hie von die Zinsen abgezogen

$$\text{mit } (121x + 103 + 17,3 x^2) : y^2$$

gibt Bodenrente

$$\frac{(334x + \frac{1002}{812})y - 2125x - \frac{6115}{4975} - 17,3 x^2}{y^2}.$$

Bei welchem Werth von y erreicht nun diese Funktion das Maximum?

Das Differential in Bezug auf y genommen und dieses = 0 gesetzt gibt:

$$\frac{(334x + \frac{1002}{812})y^2 dy + 17,3 x^2 + 2125x + \frac{6115}{4975}) 2y dy - (334x + \frac{1002}{812}) 2y^2 dy}{(334x + \frac{1002}{812})y} = 0$$

$$(334x + \frac{1002}{812})y = 34,6 x^2 + 4250x + \frac{12230}{9950}$$

$$\text{also } y = \frac{34,6 x^2 + 4250x + \frac{12230}{9950}}{334x + \frac{1002}{812}}.$$

Dies gibt für  $x = 10$ ,  $y = \frac{55910}{4152} = 13,5$ ,  
 $x = 100$ ,  $y = \frac{780950}{34212} = 22,8$ .

Es sei  $x = 60$ , so ist  $y = \frac{389510}{20852} = 18,7$ ,  
 $x = 80$ ,  $\therefore y = 20,8$   
 $x = 100$ ,  $\therefore y = 22,8$   
 $x = 120$ ,  $\therefore y = 24,5$ .

Werden nicht die Zinsen von dem Zuwachs  $= 6x + 18$ , sondern nur die Zinsen des  $x + 5$ ten Jahrs in Anrechnung gebracht, so ist

$$y = \frac{34,6x^2 + 4180x + 12024}{334x + 1002}.$$

Dies gibt für  $x = 0$ ,  $y = 12$

$$x = 1, y = 12,16$$

Da hier sowohl für  $x = 0$ , als für  $x = 1$ ,  $y$  nicht genau 12, sondern um eine Kleinigkeit größer als 12 ist, so ist es wahrscheinlich, daß zu Anfang dieser Rechnung nicht die Differenz zwischen dem  $x$ ten und  $x + 1$ sten, sondern die Differenz zwischen dem  $x - 1$ sten und  $x$ ten Jahre zur Grundlage genommen werden muß.

Die hieraus hervorgehende Abweichung übt aber auf die hier berechnete Bodenrente nur einen unerheblichen Einfluß aus und wir gelangen abermals zu einem Resultat, was mit der herrschenden Meinung im gretten Widerspruch steht.

Es steigt nämlich die Bodenrente im außerordentlichen Grade, wenn die Formbildung der Bäume vollendet und eine stärkere Lichtung gestattet ist, und es fallen mithin die Erzeugungskosten des starken Holzes im Verhältniß zum schwachen Holz.

So lange nun nicht eine allgemeine Anwendung dieser Methode stattfindet, kann der Waldbesitzer durch die Erzeugung starker Hölzer sich einen enormen Gewinn verschaffen.

Die stärkere Lichtung darf aber wohl nur sehr allmälig stattfinden, denn sonst dürften durch den Sturm viele Bäume umgeworfen werden.

Die Gefahr des Windbruchs findet bei den Buchen nicht statt. Auch kommt es bei der Erzeugung des Brennholzes auf die Form der Bäume nicht an. Während bei

den Kiefern wegen der Formbildung der Bäume der Wald geschlossen gehalten werden muß, kann bei den Buchen von der ersten Jugend an nach dem hier entwickelten Prinzip durchforstet werden — was auf den Produktionspreis des Buchenholzes von enormer Wirkung sein würde.

Das Verhältniß zwischen Durchmesser und Höhe  
der Bäume.

Nach dem Prinzip, was ich befolge, erst einzelne Potenzen zur Untersuchung zu ziehen und vorläufig von andern mitwirkenden Potenzen zu abstrahiren, habe ich in dem vorhergehenden das Verhältniß des Durchmessers zur Höhe wie  $1 : h$  gesetzt und  $h$  als eine konstante Größe behandelt.

In der Wirklichkeit verhält sich dies aber anders, denn das Verhältniß wird kleiner, je größer der Baum wird.

Nach Nagel findet folgendes Verhältniß statt:

wenn der Durchmesser beträgt: so beträgt die Höhe:

|                    |             |
|--------------------|-------------|
| $\frac{1}{10}$ Fuß | das 80fache |
| $\frac{2}{10}$ =   | = 79 =      |
| $\frac{3}{10}$ =   | = 78 =      |
| :                  | :           |
| 1 Fuß              | = 71 =      |
| :                  | :           |
| 2 Fuß              | = 61 =      |

Hätten wir dies variirende Verhältniß in die allgemeinen Formeln mitaufgenommen, so wären diese Formeln sehr verwickelt und die Rechnung ungemein schwierig geworden. Es kann aber bei der Anwendung dieser Formeln auf specielle Fälle die Einwirkung des veränderten Längenverhältnisses auf den Holzertrag und die Bodenrente mit Leichtigkeit berechnet und in Ansatz gebracht werden.

Seit wichtiger aber ist für die Richtigkeit unserer Untersuchung die Frage:

Werden hiendurch nicht auch die als allgemein gültig hingestellten Sätze mit ergriffen und verändert?

Behe wir diese Frage beantworten, müssen wir noch eine andere Eigenschaft der Bäume in Betracht ziehen, nämlich das nach und nach erfolgende Abwerfen der untern Zweige. Selbst bei einer regelmäßigen Durchforstung sterben die untern, des Lichts beraubten Zweige nach und nach ab, fallen zu Boden und bilden das sogenannte Leseholz. Der Ertrag an Leseholz ist im Verlaufe der Zeit nicht unbedeutend, und nach Nagel's Beobachtung deckt dasselbe den Verlust, der aus der Abnahme der relativen Höhe entsteht. Oder mit andern Worten: der Zuwachs des Baums mit Hinzurechnung des Leseholzes, was er jährlich abwirft, ist in jedem Jahr — der Baum mag alt oder jung sein — immer gleich und beträgt ebensoviel, als wenn der Baum noch das jugendliche Längenverhältniß hätte.

Damit bleibt aber die Grundlage unserer Untersuchung, nach welcher der Zuwachs sowohl des Durchmessers der einzelnen Bäume als auch der des ganzen Waldes im arithmetischen Verhältniß forschreitet, in Kraft.

Rechnet man aber das Leseholz mit zum Durchforstungs-ertrag, so wird dadurch allerdings das Verhältniß desselben zum Ertrag des Abtriebschlages geändert und ersteres beträgt dann über das Doppelte des letztern. Auch erleidet dadurch der Werth des Abtriebschlages und selbst die vortheilhafteste Umtriebzeit eine Modifikation in Zahlen.

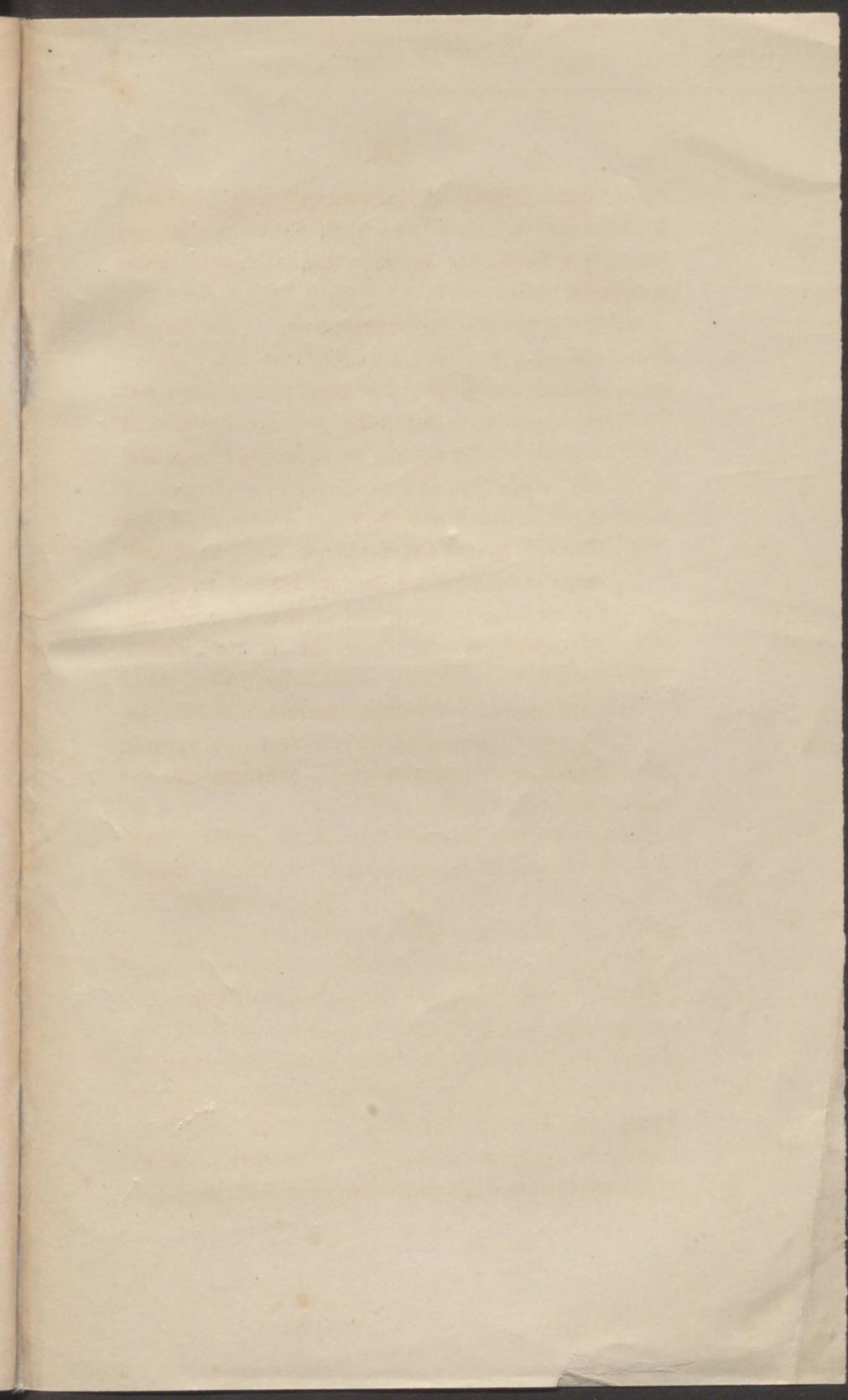
Diese Modifikationen sind jedoch nicht von der Erheblichkeit, daß sie die entwickelten Gesetze, nach welchen mit der stärkern Durchforstung die Bodenrente steigt und die vortheilhafteste Umtriebzeit verlängert wird, irgendwie umstoßen könnten.

Bei der größern und großen Lichtenstellung der Bäume ist über das Verhältniß des Durchmessers zur Höhe der Bäume eine Aufklärung in mehreren Punkten noch sehr wünschenswerth, z. B.

- 1) Bei dem völlig freistehenden Baum ist das Verhältniß der Höhe zum Durchmesser weit kleiner als bei Bäumen im geschlossenen Stand. Aenderet sich dies Verhältniß nun auch stetig mit der zunehmenden Abstandszahl der Bäume im Walde, und nach welchem Gesetz?
- 2) Verbreitet der freistehende Baum seine Wurzeln eben so sehr und zwar im Verhältniß zu seinem Durchmesser in die Tiefe des Untergrundes, als der Baum im geschlossenen Stande, oder ist letzteres nothwendig, um den Baum zum Eindringen in die Tiefe zu nöthigen?
- 3) Steht das auf verschiedenen Bodenarten so sehr verschiedene Längenverhältniß der Bäume nicht hauptsächlich mit der Beschaffenheit des Untergrundes in Verbindung?

82814-





82815

Biblioteka Główna UMK



300020951209

82815

Biblioteka Główna UMK



300020951209

